

Facoltà di Scienze Statistiche

Prova in itinere di Matematica secondo corso del 15-4-2010

Prof. Paolo Papi

COGNOME NOME

CORSO DI LAUREA

Svolgere gli esercizi di seguito al testo, utilizzando anche il retro del foglio se necessario. Le risposte non giustificate non saranno prese in considerazione. Non è possibile consultare libri di testo, appunti né usare calcolatrici di qualsiasi tipo. Non scrivere nella parte sottostante. La prova dura un'ora e quarantacinque minuti.

1. _____

2. _____

3. _____

4. _____

Esercizio 1. Sia $E = \{\frac{n^2-1}{3n^2} + \frac{2}{3} \mid n \in \mathbb{N}\}$.

1. Determinare $\sup E$, $\inf E$, specificando se sono massimo o minimo.
2. Dire se E è aperto, chiuso, né aperto né chiuso.
3. Dare la definizione di $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$. Disegnare il grafico di una funzione continua $f : (-\infty, -1) \cup (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ tale che $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 1$, che ammetta per asintoto orizzontale la retta di equazione $y = 1$ e abbia massimo assoluto.

Esercizio 2. Studiare il carattere delle serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n!n^3}{n^n}, \quad \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3n^{7/8}}{n^{23/22} + \ln^2(n)}, \quad \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sin(\frac{1}{n}) + \cos(n\pi)}{n}, \quad \sum_{n=1}^{+\infty} \ln \left(\frac{n^2 + 3\sqrt{n}}{n^2 + 4} \right).$$

Esercizio 3. Calcolare i seguenti limiti

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + 6x^4)}{1 - \cos(4x^2)}$

2. $\lim_{n \rightarrow +\infty} n^{\frac{1}{2n}}$

3. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x-1}{x} \right)^{x^2}$

4. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{1999} - 1}{x - 1}$

Esercizio 4. Studiare al variare di $a, b, c \in \mathbb{R}$ la continuità di

$$w(x) = \begin{cases} (1 + \frac{1}{x})^{bx} & x > 2 \\ c & x = 2 \\ \frac{\sin(4x-8)}{2a-ax} & x < 2 \end{cases}$$