Facoltà di Scienze Matematiche Fisiche e Naturali

Prova di Algebra per Informatica 27-1-2009

Prof. Paolo Papi

COGNOME NOME CORSO DI LAUREA

Non scrivere nella parte sottostante.

1.

2.

3.

4.

Esercizio 1 Determinare un elemento x nel gruppo simmetrico S_8 tale che $axa = acbab$ ove

$$a = (1,2,3)(2,3,4)(4,5,6), \quad b = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 2 & 1 & 5 & 4 & 3 & 7 & 6 & 8 \end{pmatrix}, \quad c = (2,8)$$

1. Determinare la decomposizione in cicli disgiunti, l'ordine e la parità di x.

2. Determinare x^{2009} e trovarne l'ordine.

Esercizio 2 Determinare generatori e reticolo dei sottogruppi di $(\mathbb{Z}_{45}, +)$.

Esercizio 3 Sia V lo spazio vettoriale dei polinomi di grado minore o uguale a 2 e W quello delle matrici 2×2. Sia $f : V \to W$ l'applicazione lineare

$$f(a + bt + ct^2) = \begin{pmatrix} a & a+b+c \\ a+b+c & a \end{pmatrix}.$$

1. Determinare basi per $Ker\, f$, $Im\, f$.

2. Calcolare $f^{-1} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

Esercizio 4 Si consideri l'applicazione lineare $F : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ definita dalle condizioni seguenti:

$$F(\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}) = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \qquad F(\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}) = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$
$$F(\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, \qquad F(\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

1. Determinare la matrice A di F rispetto alla base canonica di $\mathbb{R}^4$.
2. Dire se F è diagonalizzabile e in caso affermativo trovare N invertibile tale che $N^{-1}AN$ è diagonale.