Facoltà di Scienze Matematiche Fisiche e Naturali

Prova di Algebra per Informatica del 10-2-2009

Prof. Paolo Papi

COGNOME NOME CORSO DI LAUREA

Non scrivere nella parte sottostante.

1.

2.

3.

4.

Esercizio 1 Determinare il reticolo dei sottogruppi del sottogruppo ciclico di S_{12} generato da

$$\alpha = (4,5,6)(3,4,5)(2,3,4)(1,2,3)(7,8,9)(8,9,10)(10,11,12)$$

Esercizio 2 Determinare sottogruppi ciclici e di Klein nel gruppo $G = (\mathbb{U}_{35}, \cdot)$ degli elementi invertibili di $(\mathbb{Z}_{35}, +)$. Specificare se G è ciclico e determinare l'inverso di $\overline{31}$.

Esercizio 3 Sia V lo spazio vettoriale dei polinomi di grado minore o uguale a 3 e W quello delle matrici 2×2. Sia $f : W \to V$ l'applicazione lineare

$$f(\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}) = a + (a+b+c)t + at^3.$$

1. Determinare basi per $Ker\, f$, $Im\, f$.
2. Completare le basi ottenute a basi di V, W.

Esercizio 4 Si consideri l'applicazione lineare $F : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ definita dalle condizioni seguenti:

$$F(\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}) = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \qquad F(\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$
$$F(\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \qquad F(\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}) = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

1. Determinare la matrice A di F rispetto alla base canonica di $\mathbb{R}^4$.
2. Determinare equazioni cartesiane per la somma degli autospazi. Dire se F è diagonalizzabile.