

Facoltà di Scienze Matematiche Fisiche e Naturali

Prova di Algebra per Informatica del 10-2-2009

Prof. Paolo Papi

COGNOME NOME

CORSO DI LAUREA

Non scrivere nella parte sottostante.

1. _____

2. _____

3. _____

4. _____

Esercizio 1 Determinare il reticolo dei sottogruppi del sottogruppo ciclico di S_{12} generato da

$$\alpha = (4, 5, 6)(3, 4, 5)(2, 3, 4)(1, 2, 3)(7, 8, 9)(8, 9, 10)(10, 11, 12)$$

Esercizio 2 Determinare sottogruppi ciclici e di Klein nel gruppo $G = (\mathbb{U}_{35}, \cdot)$ degli elementi invertibili di $(\mathbb{Z}_{35}, +)$. Specificare se G è ciclico e determinare l'inverso di $\overline{31}$.

Esercizio 3 Sia V lo spazio vettoriale dei polinomi di grado minore o uguale a 3 e W quello delle matrici 2×2 . Sia $f : W \rightarrow V$ l'applicazione lineare

$$f\left(\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\right) = a + (a + b + c)t + at^3.$$

1. Determinare basi per $\text{Ker } f$, $\text{Im } f$.
2. Completare le basi ottenute a basi di V, W .

Esercizio 4 Si consideri l'applicazione lineare $F : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$ definita dalle condizioni seguenti:

$$F\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad F\left(\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$
$$F\left(\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad F\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

1. Determinare la matrice A di F rispetto alla base canonica di \mathbb{R}^4 .
2. Determinare equazioni cartesiane per la somma degli autospazi. Dire se F è diagonalizzabile.

