

# Corso di Elementi di matematica e calcolo delle probabilità

Prof. Paolo Papi

## Esercizi - seconda serie

**Esercizio 1.** Sia  $A = \{-5, 1, 1/2, 3, 5, 7\}$ ,  $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid -3 \leq x \leq 4\}$ ,  $C = [-5/2, 7]$ ,  $D = (7, +\infty)$ ,  $E = \{1/n \mid n \in \mathbb{N}\}$ .

1. Dire se ciascuno degli insiemi è finito, infinito, limitato, illimitato.
2. Determinare per ciascuno degli insiemi estremo superiore e inferiore, specificando se si tratta di massimo, minimo.

**Esercizio 2.** Eseguire le seguenti divisioni col resto

$$72 : 13, \quad -23 : 46, \quad -12 : 11, \quad 12 : -11.$$

**Esercizio 3.** Calcolare il massimo comun divisore e il minimo comune multiplo delle seguenti coppie di numeri: 5345, 75; 120, 12; 6534, 2567; 2345, 2344.

**Esercizio 4.** Calcolare il 13% del 12% di 1400.

**Esercizio 5.** Il signor X è sposato con la signora Y e i coniugi hanno tre figli A, B, C. Il signor X acquista nel 2003 l'immobile I. Supponiamo che si verifichino i seguenti eventi:

2005: il signor X vende al signor P i  $2/5$  di I e al signor Q i  $2/3$  della proprietà restante.

2006: purtroppo, il signor X muore. Nella successione, la moglie Y riceve un terzo della quota di proprietà del marito e tutti i figli la restante parte.

2008: A cede a B metà della sua quota, P cede a Q metà della sua quota.

2010: C cede la sua quota in parti uguali a tutti gli altri proprietari.

Determinare le quote di proprietà dell'immobile nel 2004, 2007, 2009, 2011.

**Esercizio 6.** Sia  $p$  un numero primo. Dimostrare che se  $p$  divide il prodotto  $ab$ , allora o  $p$  divide  $a$  o  $p$  divide  $b$ .

**Esercizio 7.** Dimostrare che  $\sqrt{3} \notin \mathbb{Q}$  (ragionare per assurdo e usare l'esercizio 6).

**Esercizio 8.** Sia  $A$  un insieme limitato inferiormente. Dimostrare che l'insieme dei minoranti ha massimo.