

Corso di Elementi di matematica e calcolo delle probabilità

Prof. Paolo Papi

Esercizi - prima serie

Esercizio 1. Sia $A = \{-5, 1, 1/2, 3, 5, 7\}$, $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid -3 \leq x \leq 4\}$, $C = [-5/2, 7]$, $D = (7, +\infty)$.

Determinare $A \cup B, A \cup C, A \cup D, A \cap B, A \cap C, A \cap D, B \cap C, B \cap D, C \cap D, A \setminus B, B \setminus A, A \setminus C, C \setminus A, A \cap \mathbb{N}, A \cap \mathbb{Z}, A \cap \mathbb{Q}$.

Esercizio 2. Verificare che se $a \in \mathbb{R}_+$, allora $\{x \in \mathbb{R} \mid |x| > a\} = (-\infty, -a) \cup (a, +\infty)$.

Esercizio 3. Risolvere le seguenti equazioni

1. $2x + 5 - \frac{16}{3}x = 12 + 25x - 12$
2. $(x - 1)^2 + 2x = x^2 + 3$
3. $(x - 1)^2 + 2x = x^2 + 1$

Esercizio 4. Risolvere le seguenti disequazioni

1. $2x + 5 - \frac{16}{3}x \geq 12 + 25x - 12$
2. $(x - 1)^2 + x < x^2 + 3$
3. $(x - 1)^2 + 2x > x^2 + 1$

Esercizio 5. Risolvere le seguenti equazioni

1. $|x - 2| + x = 1$
2. $(x - 1)(x - 2)(x - 3) = 0$
3. $(|x| - 1)(x - 2) = 0$

Esercizio 6. Risolvere le seguenti disequazioni

1. $x^2(x - \frac{16}{3}) \geq 0$
2. $|x - 1|x^4 < 0$
3. $|x - 1|x^4 \leq 0$

Esercizio 7. Considerare il seguente “gioco del 3”:

1. chiedere a un amico di pensare un numero;
2. chiedere di raddoppiarlo;
3. chiedere di aggiungere 9 al risultato;
4. chiedere di sottrarre 3 al risultato;
5. chiedere di dividere per 2 il risultato;
6. chiedere di sottrarre al risultato il numero pensato.

Il risultato finale è sempre 3. Spiegare perché.

Esercizio 8. Ripartire la somma di 200 euro fra tre persone, in modo che la prima abbia 10 euro più della seconda e la seconda 20 euro più della terza.

Esercizio 9. Policrate, tiranno di Samo, avendo chiesto a Pitagora quanti alunni avesse, ebbe questa risposta: metà studia la matematica, la quarta parte studia i fenomeni della natura e la settima parte medita in silenzio; inoltre vi sono tre donne. Quanti erano gli allievi?

Esercizio 10. In una famiglia di 4 persone il padre e la madre hanno la stessa età, che è tripla di quella del figlio; la sorellina è nata 5 anni dopo il figlio, determinare le età attuali dei componenti della famiglia sapendo che fra due anni la somma delle loro età sarà 83 anni.