

Corso di Elementi di matematica e calcolo delle probabilità

Prof. Paolo Papi

Prova di Esame del 19 settembre 2012

NOME COGNOME

CORSO DI LAUREA

Non si possono utilizzare testi o dispense, e calcolatrici di qualsiasi genere. Il tempo a disposizione è di due ore. Gli esercizi da 1 a 6 valgono tre punti ciascuno, gli esercizi 7 e 8 sei punti. Per gli esercizi da 1 a 6 scrivere la risposta nell'apposito spazio alla pagina successiva. Svolgere gli esercizi 7 e 8 nelle pagine seguenti.

Esercizio 1. Determinare i valori del parametro reale a per cui l'equazione

$$\sum_{i=0}^2 2^{i+1} x^{2-i} = a$$

$$-1 \pm \frac{\sqrt{2a-12}}{2} \quad a \geq 6$$

ha soluzioni reali. Scrivere poi tali soluzioni.

Esercizio 2. Determinare il dominio naturale della funzione

$$f(x) = \sqrt[20]{|x-1| - |x-2|} - \sqrt[3]{x}$$

$$x \geq \frac{3}{2}$$

Esercizio 3. Calcolare i seguenti limiti

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-5x^2(x-3x^2)^3}{(2x^2-1)^4}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\sin(x)}$$

Esercizio 4. In una rappresentazione in scala semilogaritmica ($X = x, Y = \log_{10}(y)$) un fenomeno è descritto dalla retta passante per i punti di coordinate $(1, 1), (2, 3)$. Determinare il legame funzionale tra x e y . Ripetere l'esercizio nel caso della scala logaritmica ($X = \log_{10}(x), Y = \log_{10}(y)$).

$$y = 10^{2x-1}$$

Esercizio 5. Nel lancio di un dado regolare si considerino gli eventi:

A = uscita di una faccia con punteggio minore o uguale di 4;

B = uscita di una faccia con punteggio maggiore di 2;

C = uscita di una faccia con punteggio pari.

$$y = \frac{x}{10}$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{3}$$

$$P(A \cap C) = \frac{1}{2}$$

$$P(B \cap C) = \frac{1}{3}$$

1

$$P(A \cap B \cap C) = \frac{1}{6}$$

$$P(A) = \frac{2}{3}$$

$$P(B) = \frac{2}{3}$$

$$P(C) = \frac{1}{2}$$

Es. 6

$$\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{3}{11} \quad \text{[scribbled out]$$

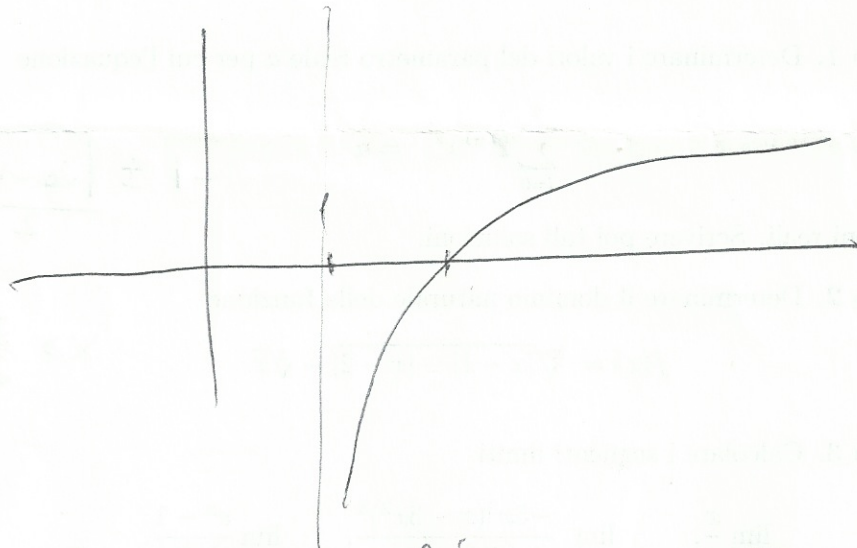
Es. 7

$$f(x) = \log(\log(x)) \quad \log x > 0 \quad x > 1$$

$$f(x) > 0 \quad \log(x) > 1 \quad x \geq e$$

$$f'(x) = \frac{1}{x \log x} > 0 \quad \forall x \in \mathbb{D}$$

$$f''(x) = - \frac{1 + \log^2 x}{x^2 \log^2 x} = - \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^2 \log^2 x}$$



Es. 8

C = compra di un
 S = compra di un
 U = usato
 NU = non usato

$$p(C) = \frac{13}{20} \quad p(S) = \frac{7}{20}$$

$$p(U|S) = \frac{1}{10} \quad p(U|C) = \frac{6}{10}$$

$$p(C|U) = \frac{p(U|C)p(C)}{p(U|C)p(C) + p(U|S)p(S)} = \frac{\frac{6}{10} \cdot \frac{13}{20}}{\frac{6}{10} \cdot \frac{13}{20} + \frac{1}{10} \cdot \frac{7}{20}} = \frac{78}{85}$$

$$p(NU|S) = 1 - p(U|S) = \frac{9}{10}$$

$$p(NU|C) = 1 - p(U|C) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

$$p(S|U) = 1 - p(C|U) = 1 - \frac{78}{85} = \frac{7}{85}$$