

Corso di Elementi di matematica e calcolo delle probabilità

Prof. Paolo Papi

Prova di Esame del 20 novembre 2012

NOME COGNOME

CORSO DI LAUREA

Non si possono utilizzare testi o dispense, e calcolatrici di qualsiasi genere. Il tempo a disposizione è di due ore. Gli esercizi da 1 a 6 valgono tre punti ciascuno, gli esercizi 7 e 8 sei punti. Per gli esercizi da 1 a 6 scrivere la risposta nell'apposito spazio alla pagina successiva. Svolgere gli esercizi 7 e 8 nelle pagine seguenti.

Esercizio 1. Determinare i valori del parametro reale a per cui l'equazione

$$\sum_{i=0}^2 3^{i-1} x^{2-i} = a$$

ha soluzioni reali. Scrivere poi tali soluzioni.

Esercizio 2. Determinare il dominio naturale della funzione

$$f(x) = x \sqrt{\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 + 3x + 2}}.$$

Esercizio 3. Calcolare i seguenti limiti

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^2(x - 3x^2)^3}{(-2x^2 - 1)^4}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{e^x - 1}.$$

Esercizio 4. In una rappresentazione in scala semilogaritmica ($X = x$, $Y = \log_{10}(y)$) un fenomeno è descritto dalla retta passante per i punti di coordinate $(-1, 1)$, $(2, -3)$. Determinare il legame funzionale tra x e y . Ripetere l'esercizio nel caso della scala logaritmica ($X = \log_{10}(x)$, $Y = \log_{10}(y)$).

Esercizio 5. Nel lancio di un dado regolare si considerino gli eventi:

A = uscita di una faccia con punteggio minore o uguale di 4;

B = uscita di una faccia con punteggio maggiore di 2;

C = uscita di una faccia con punteggio pari.

Quali coppie di eventi sono indipendenti indipendenti ? I tre eventi sono fra loro indipendenti?

Esercizio 6. Si lancia un dado due volte. Qual la probabilità che la somma dei punti fatti sia maggiore di 10, ammesso che uno di questi punti sia 5? Qual la probabilità che la somma dei punti fatti sia maggiore di 10, ammesso che il punto ottenuto col primo lancio sia 5? Qual la probabilità che la somma dei punti fatti sia maggiore di 10, ammesso che il punto ottenuto col secondo lancio sia 5?

Esercizio 7. Tracciare il grafico della funzione $f(x) = x - \cos(x)$.

Esercizio 8. Un gruppo di bagnanti è costituito per il 55% da persone di carnagione chiara e per il resto da persone di carnagione scura. Supponiamo che si abbia una percentuale di persone ustionate pari al 15% delle persone di carnagione scura e al 60% delle persone di carnagione chiara. Sapendo che un bagnante scelto a caso si è ustionato, con che probabilità è di carnagione chiara ?

Calcolare poi:

la probabilità che un individuo di carnagione scura non si ustioni;

la probabilità che un individuo di carnagione chiara non si ustioni;

la probabilità che un individuo ustionato abbia carnagione scura.

Risposta all'esercizio 1.

Risposta all'esercizio 2.

Risposta all'esercizio 3.

Risposta all'esercizio 4.

Risposta all'esercizio 5.

Risposta all'esercizio 6.
