Algebra 2, Prof. Papi, Terzo foglio di esercizi

Esercizio 1. Dimostrare che il prodotto diretto di gruppi risolubili (nilpotenti) è risolubile (nilpotente)

Esercizio 2. Dimostrare che se $|G| = 2^m 3^n < 60$ allora G è risolubile.

Esercizio 3. Dimostrare che se $|G| < 60$ allora G è risolubile.

Esercizio 4. Classificare sia tramite i divisori elementari che tramite i fattori invarianti i gruppi abeliani di ordine 360.

Esercizio 5. Sia D_{2n} il gruppo diedrale di ordine $2n$. Dimostrare che è nilpotente se e solo se n è una potenza di 2.

Esercizio 6. Sia $U \leq GL(n, F)$ il sottogruppo delle matrici aventi 1 sulla diagonale. Dimostrare che U è nilpotente.