ALGEBRA - ESERCIZI DI AUTOVALUTAZIONE

19 novembre 2004

1. A partire dai seguenti vettori in $\mathbb{R}^3$

$$u = (0, 1, -1), \quad v = (5, 2, 2), \quad w = (-4, 3, 1),$$

calcolarne le combinazioni lineari:

$$3u + \pi v + \frac{2}{3}w, \quad u - v, \quad au + bv + cw$$

2. Si dica quale dei seguenti sottoinsiemi dello spazio $\mathbb{R}^3$ è un sottospazio:

$$U_1 = \{(x, y, z) : x + y = 0 \text{ e } x + z = 1\}$$
$$U_2 = \{(x, y, z) : x + y = 0 \text{ e } x + z = 0\}$$
$$U_1 = \{(x, y, z) : x + z = -2\}$$

3. Si consideri il sottospazio U dello spazio $\mathbb{R}^4$ definito al modo seguente:

$$(a, b, c, d) \in U \quad \Longleftrightarrow 2a + 5b = 0 \;\text{ e }\; a + d = 0$$

e se ne determini una base e quindi la dimensione.

4. Verificare se i seguenti vettori dello spazio $\mathbb{R}^3$ sono indipendenti

$$v_1 = (2, -1, 1),\; v_2 = (0, 1, -2),\; v_1 = (-2, 2, -3)$$

e costruire il sottospazio da essi generato.

5. In $\mathbb{R}^4$ si considerino il sottospazio U generato dai vettori

$$u_1 = (1, -1, 1, 0),\; u_2 = (0, 0, 0, -2),\; u_3 = (3, -3, 3, 1),\; u_4 = (-2, 2, -2, 0)$$

si chiede di determinare una base di tale spazio.

6. Considerato il sottospazio dello spazio dei polinomi a coefficienti reali definito dalla seguente relazione:

$$W = \{at + (b + c)t^2 + (a + c)t^4 : a, b, c \in \mathbb{R}\}$$

se ne determini una base e quindi la dimensione.