

### 7.1 Esercizio

Assegnata la serie di potenze

$$\sum_{k=0}^{\infty} (1+k) x^k$$

- determinare l'intervallo di convergenza,
- determinare la somma  $S(x)$ ,

### 7.2 Esercizio

Assegnata la serie di potenze

$$\sum_{k=0}^{\infty} (1+k) \left( \frac{2x}{1+x^2} \right)^k$$

- determinare l'insieme  $E$  di convergenza,
- determinare la somma  $S(x)$ ,
- determinare il limite  $\lim_{x \rightarrow +\infty} S(x)$

### 7.3 Esercizio

Studiare la convergenza delle seguenti serie di potenze:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n (n+3)!}{(2n)!} x^n, \quad \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3(x-\sqrt{2})^n}{\log(n+1)}.$$

### 7.4 Esercizio

Assegnata la serie

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{1+k^2}$$

- Determinare l'intervallo di convergenza, precisando la convergenza o meno ai suoi estremi,
- detta  $S(x)$  la somma determinare il polinomio di Taylor relativo al quadrato  $S^2(x)$  con punto iniziale  $x_0 = 0$  e ordine  $n = 2$ .

### 7.5 Esercizio

Assegnata la serie

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+1}{2^n} (\sin(x))^n$$

studiarne la convergenza. Detta  $f(x)$  la somma della serie calcolare l'integrale

$$\int_0^{\pi/2} f(x) \cos(x) dx$$

### 7.6 Esercizio

Studiare l'insieme di convergenza della somma di serie:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n+3} (x-1)^n + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n+3} (x-1)^n.$$

### 7.7 Esercizio

Studiare la convergenza puntuale e uniforme della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} 2^n e^{-nx^2}.$$

### 7.8 Esercizio

Dopo aver determinato l'insieme di convergenza di

$$f(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(n+1)x^n}{4^n},$$

si calcoli l'integrale

$$\int_0^2 f(x) dx$$

### 7.9 Esercizio

Trovare lo sviluppo di Taylor della funzione  $f(x) = \frac{1}{(x-1)^2}$  e calcolare  $f^{(7)}(0)$ .

### 7.10 Esercizio

Assegnata la serie la serie

$$\sum_{n=0}^{\infty} (1+2n) \left( \frac{e^{\sin(x)}}{3} \right)^n$$

- determinare l'insieme  $E$  di convergenza;
- determinare in  $E$  la somma della serie.