Laurea Triennale in Matematica
Corso di **Calcolo delle Probabilità I** A.A. 2004/2005
(Docenti: G.Nappo, F. Spizzichino)

Programma del Corso

1. Esperimenti aleatori, eventi semplici (esiti) e composti; operazioni su eventi.

2. Assiomi della probabilità e spazi finiti di probabilità.

3. Conseguenze immediate degli assiomi della probabilità; probabilità uniformi; nozioni fondamentali di calcolo combinatorio e risoluzione di problemi di calcolo delle probabilità attraverso il calcolo combinatorio.

4. Definizione di probabilità condizionata e sue conseguenze immediate: formula delle probabilità composte, formula delle probabilità totali, formula di Bayes.

5. Indipendenza e correlazione fra eventi.

6. Schemi di Bernoulli e probabilità binomiali. Estrazioni casuali da urne, con reinserimento e senza reinserimento; probabilità binomiali ed ipergeometriche.

7. Definizione di variabile aleatoria su uno spazio finito di probabilità; distribuzione di probabilità.

8. Distribuzioni di probabilità congiunte, marginali e condizionate, nel caso di vettori di variabili aleatorie. Indipendenza stocastica fra variabili aleatorie. Partizione generata da una variabile aleatoria.

9. Definizione di valore atteso e sue proprietà fondamentali, linearità del valore atteso.

10. Definizione di varianza per una variabile aleatoria e sue proprietà. Definizione di covarianza fra due variabili aleatorie. Varianza della somma di più variabili aleatorie, disuguaglianza di Chebishev.

11. Estrazioni casuali da popolazioni binarie con composizione incognita; campionamento; indipendenza condizionata.

12. Modelli di occupazione; modello di Maxwell-Boltzmann, di Bose-Einstein; di Fermi-Dirac; proprietà fondamentali e relazioni con gli schemi di estrazioni casuali; coefficienti multinomiali e distribuzione multinomiale.

13.a Definizione di spazio di probabilità in generale; σ-algebre di sottoinsiemi, additività numerabile. Distribuzioni geometriche e distribuzioni di Poisson. Calcolo di valori attesi e varianze. Definizione generale di variabile aleatoria; funzioni di distribuzione e loro proprietà.

13.b Funzioni di densità di probabilità. Distribuzioni uniformi su intervalli, distribuzioni esponenziali; distribuzioni gaussiane. Calcolo di valori attesi e di varianze. Trasformazioni lineari di variabili aleatorie con densità.

14. Approssimazione di Poisson di distribuzioni binomiali. Legge debole dei grandi numeri. Variabili standardizzate. Enunciato del teorema del limite centrale ed applicazioni; uso delle tavole della distribuzione gaussiana standard.

15. Catene di Markov. Probabilità di transizione e rappresentazione mediante grafi. Classificazione degli stati. Catene irriducibili e distribuzioni stazionarie. Comportamento limite.

Testi consigliati:

P. Baldi, "Calcolo delle Probabilita' e Statistica", McGraw Hill (1998).

G. Dall'Aglio, "Calcolo delle Probabilità", Zanichelli (2000).

F. Spizzichino, "Introduzione al Calcolo delle Probabilità". *Appunti ad uso degli studenti* A.A. 2004/2005 *(con correzioni e parti a cura di Giovanna Nappo)* reperibile alla pagina web

http://www.mat.uniroma1.it/people/nappo/attivita-didattica.html#CPE2004-05.

Prerequisiti: Teoria elementare degli insiemi. Calcolo differenziale ed integrale in una dimensione. Elementi di algebra lineare e geometria analitica.

Date degli esami (scritti):

Sessione Estiva: 20 giugno 2005, 11 luglio 2005; ore 9

Sessione Autunnale: 22 settembre 2005; ore 9

Sessione Invernale: 13 febbraio 2006; ore 9

Commissione d'esame:

Proff: G. Nappo, F. Spizzichino, L. Bertini Malgarini, E. De Santis, F. Mascioli, M. Piccioni.

Modalità dell'esame:

L'esame consiste in una prova scritta ed una prova orale. Sono esonerati dalla prova scritta gli studenti che hanno seguito le lezioni ed hanno superato le due prove scritte in itinere. Le prove di esonero restano valide per sostenere l'esame orale **fino all'appello di Luglio (compreso)**.

Temi delle prove scritte: Calcolo combinatorio e probabilità "classiche". Formula di Bayes. Variabili aleatorie con un numero finito di valori possibili: valori attesi e distribuzioni di probabilità. Distribuzioni di probabilità binomiali e ipergeometriche. Modelli di estrazioni casuali da urne. Distribuzioni congiunte, marginali e condizionate. Distribuzioni geometriche e di Poisson. Distribuzioni di trasformazioni di variabili aleatorie e distribuzione di somme di variabili aleatorie indipendenti. Varianza e disuguaglianza di Chebichev, legge dei grandi numeri e approssimazione gaussiana. Distribuzione multinomiale. Funzioni di distribuzione, funzioni di densità e valore atteso nel continuo. Trasformazioni lineari di variabili aleatorie con densità.

L'esame orale prevede:

- la discussione di (eventuali) errori commessi nelle prove scritte (o degli esercizi non svolti);
- alcune domande sugli **argomenti di base 1-10, 13.a, 13.b e 14**;
- una presentazione di un argomento a scelta fra i **temi 1-15**.