

SSIS-INDIRIZZO MATEMATICA E MATEMATICA APPLICATA (primo anno)

MATEMATICA APPLICATA B: CALCOLO DELLE PROBABILITÀ

Per le domande a risposta aperta il punteggio varia da 0 a 3, mentre per le domande a risposta multipla il punteggio è: risposta esatta +3; mancata risposta 0; risposta sbagliata -1.

ESERCIZIO A

Al gioco del lotto scommettete puntando sull'ambo $\{1, 2\}$ sulla ruota di Roma e sul terno $\{11, 12, 13\}$ sulla ruota di Napoli. Sia $q = \mathbb{P}\{\text{vincere entrambe le scommesse}\}$ e sia $p = \mathbb{P}\{\text{vincere almeno una delle due scommesse}\}$, allora:

DOMANDA 1: mettere una croce sulla affermazione esatta

1. $q = \left((5 \cdot 4 \cdot 3) / (90 \cdot 89 \cdot 88) \right) \left((5 \cdot 4) / (90 \cdot 89) \right)$
2. $q = \binom{5}{5} \binom{85}{0} / \binom{90}{5}$
3. $q = \binom{3}{3} \binom{87}{2} / \binom{90}{5} + \binom{2}{2} \binom{87}{3} / \binom{90}{5} - \left[\binom{3}{3} \binom{87}{2} / \binom{90}{5} \right] \left[\binom{2}{2} \binom{87}{3} / \binom{90}{5} \right]$
4. $q = (5 \cdot 4 \cdot 3) / (90 \cdot 89 \cdot 88) + (5 \cdot 4) / (90 \cdot 89)$

DOMANDA 2: mettere una croce sulla affermazione esatta

1. $p = (5 \cdot 4 \cdot 3) / (90 \cdot 89 \cdot 88) + (5 \cdot 4) / (90 \cdot 89)$
2. $p = (5 \cdot 4 \cdot 3) / (90 \cdot 89 \cdot 88) + (5 \cdot 4) / (90 \cdot 89) - \left((5 \cdot 4 \cdot 3) / (90 \cdot 89 \cdot 88) \right) \left((5 \cdot 4) / (90 \cdot 89) \right)$
3. $p = \binom{3}{3} \binom{87}{2} / \binom{90}{5} + \binom{2}{2} \binom{87}{3} / \binom{90}{5} - \binom{5}{5} \binom{85}{0} / \binom{90}{5}$
4. $p = 1 - \left(1 - \binom{3}{3} \binom{87}{2} / \binom{90}{5} \right) \left(1 - \binom{2}{2} \binom{87}{3} / \binom{90}{5} \right)$

ESERCIZIO B

Si danno 5 carte da un mazzo ben mescolato di 52 carte (13 cuori, 13 quadri, 13 fiori, 13 picche). La probabilità p di doppia coppia servita, cioè di avere due coppie (ma non poker) è:

1. $p = \binom{13}{2} \binom{4}{2} \binom{4}{2} \binom{44}{1} / \binom{52}{5}$
2. $p = 13 \cdot 12 \binom{4}{2} \binom{4}{2} \binom{44}{1} / \binom{52}{5}$
3. $p = \binom{4}{2} \binom{4}{2} \binom{44}{1} / \binom{52}{5}$
4. $p = 2 \cdot 13 \binom{4}{2} \binom{48}{3} / \binom{52}{5} - 13 \cdot 12 \binom{4}{2} \binom{4}{2} \binom{44}{1} / \binom{52}{5}$

ESERCIZIO C

Una prima urna contiene 6 palline rosse e 2 bianche. Una seconda urna contiene 5 palline rosse e 3 bianche. Si lancia un dado e si sceglie l'urna 1 se escono 5 o 6 e la seconda altrimenti.

Successivamente, dall'urna scelta (SEMPRE LA STESSA) vengono estratte le palline ad una ad una SENZA REINSERIMENTO.

Siano $\begin{cases} U \text{ l'evento } \{\text{viene scelta l'urna 1}\} \\ V \text{ l'evento } \{\text{viene scelta l'urna 2}\}. \end{cases}$

Siano $\begin{cases} R_n \text{ gli eventi } \{\text{all'estrazione } n\text{-sima viene estratta una pallina rossa}\} \\ B_n \text{ gli eventi } \{\text{all'estrazione } n\text{-sima viene estratta una pallina bianca}\}. \end{cases}$

Sia X_m il numero di palline rosse estratte nelle prime m estrazioni.

Sia T il numero di estrazioni necessarie per ottenere per la prima volta una pallina rossa.

DOMANDA 1: mettere una croce sulla affermazione esatta

1. $Pr(B_1) = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{8} + \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{8} = \frac{1}{3}$ $Pr(B_2) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{7} + \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{7} = \frac{5}{21}$
2. $Pr(B_1) = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{8} + \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{8} = \frac{1}{3}$ $Pr(B_2) = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{8} + \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{8} = \frac{1}{3}$
3. $Pr(B_1) = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{8} + \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{8} = \frac{1}{3}$ $Pr(B_2) = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{8} \cdot \frac{1}{7} + \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{8} \cdot \frac{2}{7} = \frac{1}{12}$
4. $Pr(B_1) = \frac{2}{8}$ $Pr(B_2) = \frac{2}{8}$

DOMANDA 2 : mettere una croce sulla colonna relativa alle risposte giuste (v=VERO f=FALSO)

a)	gli eventi $\{X_2 = 0\}$ e $\{T = 1\}$ sono indipendenti	v	v	f	f
b)	gli eventi $\{X_2=0\}$ e $\{T=1\}$ sono incompatibili	v	f	v	f
		1. <input type="checkbox"/>	2. <input type="checkbox"/>	3. <input type="checkbox"/>	4. <input type="checkbox"/>

DOMANDA 3: Sapendo che la prima pallina estratta è rossa, la probabilità che sia stata scelta l'urna 1 è:

1. $\frac{3}{8}$
2. $\frac{2}{8}$
3. $\frac{1}{3}$
4. $\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{8}$

DOMANDA 4: Calcolare, **sapendo che** $X_2 = 0$, la probabilità che sia stata scelta l'urna 1. (indicare i passaggi effettuati, semplificare i calcoli effettuati)

ESERCIZIO D

Una prima urna contiene 6 palline rosse e 2 bianche. Una seconda urna contiene 5 palline rosse e 3 bianche. Si lancia un dado e si sceglie l'urna 1 se escono 5 o 6 e la seconda altrimenti.

Successivamente, si estrae una pallina dall'urna scelta, se ne osserva il colore e poi VIENE REINSERITA nell'urna.

Si ripete l'operazione una seconda volta, cioè si lancia di nuovo il dado e si sceglie un'urna etc., poi l'operazione viene ripetuta una terza volta e così via.

Siano $\begin{cases} U_n \text{ gli eventi } \{\text{viene scelta l'urna 1 per l'estrazione } n\text{-sima}\} \\ V_n \text{ gli eventi } \{\text{viene scelta l'urna 2 per l'estrazione } n\text{-sima}\}. \end{cases}$

Siano $\begin{cases} R_n \text{ gli eventi } \{\text{all'estrazione } n\text{-sima viene estratta una pallina rossa}\} \\ B_n \text{ gli eventi } \{\text{all'estrazione } n\text{-sima viene estratta una pallina bianca}\}. \end{cases}$

Sia X_m il numero di palline rosse estratte nelle prime m estrazioni.

Sia T il numero di estrazioni necessarie per ottenere per la prima volta una pallina rossa.

DOMANDA 1: mettere una croce sulla colonna relativa alle risposte giuste (v=VERO f=FALSO)

a)	$Pr(R_1 \cap R_2 U_1) = Pr(R_1 U_1)Pr(R_2 U_1)$	v	v	f	f
b)	$Pr(R_1 \cap R_2) = Pr(R_1)Pr(R_2)$	v	f	v	f
		1. <input type="checkbox"/>	2. <input type="checkbox"/>	3. <input type="checkbox"/>	4. <input type="checkbox"/>

DOMANDA 2: mettere una croce sulla affermazione esatta

1. $Pr(X_3 = k) = \binom{3}{k} \left(\frac{1}{3}\right)^k \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{3-k} \quad k = 0, 1, 2, 3$

2. $Pr(X_3 = k) = \binom{3}{k} \left(\frac{2}{3}\right)^k \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{3-k} \quad k = 0, 1, 2, 3$

3. $Pr(X_3 = k) = \frac{1}{3} \cdot \binom{3}{k} \left(\frac{6}{8}\right)^k \cdot \left(\frac{2}{8}\right)^{3-k} + \frac{2}{3} \cdot \binom{3}{k} \left(\frac{5}{8}\right)^k \cdot \left(\frac{3}{8}\right)^{3-k} \quad k = 0, 1, 2, 3$

4. $Pr(X_3 = k) = \frac{2}{3} \cdot \binom{3}{k} \left(\frac{6}{8}\right)^k \cdot \left(\frac{2}{8}\right)^{3-k} + \frac{1}{3} \cdot \binom{3}{k} \left(\frac{5}{8}\right)^k \cdot \left(\frac{3}{8}\right)^{3-k} \quad k = 0, 1, 2, 3$

DOMANDA 3: mettere una croce sulla affermazione esatta

1. $Pr(T = k) = \left(\frac{1}{3}\right)^{k-1} \cdot \frac{2}{3}, \quad k = 1, 2, \dots$

2. $Pr(T = k) = \left(\frac{2}{3}\right)^{k-1} \cdot \frac{1}{3}, \quad k = 1, 2, \dots$

3. $Pr(T = k) = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{6}{8}\right)^{k-1} \cdot \frac{2}{8} + \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{5}{8}\right)^{k-1} \cdot \frac{3}{8}, \quad k = 1, 2, \dots$

4. $Pr(T = k) = \frac{2}{3} \cdot \frac{6}{8} \cdot \left(\frac{2}{8}\right)^{k-1} + \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{8} \cdot \left(\frac{3}{8}\right)^{k-1}, \quad k = 1, 2, \dots$