

Calcolo Integrale

programma peliminare – 11 ottobre 2021

1. **Successioni e serie numeriche.** Definizione di successione numerica. Relazione tra limite di successioni e limiti di funzioni. Successioni convergenti e divergenti. Successioni monotone e loro regolarità. Limiti notevoli. Sottosuccessioni. Teorema di Bolzano–Weierstrass. Le serie numeriche: definizione, convergenza, divergenza. Serie geometrica e serie armonica. Condizione necessaria di convergenza. Serie a termini positivi e loro regolarità. Proprietà di confronto. Rappresentazione p -adica. Criteri di convergenza per serie a termini positivi. Confronto asintotico, rapporto, radice. Convergenza assoluta e convergenza condizionata.
2. **Serie di Taylor e serie di potenze.** Richiami sul polinomio di Taylor e sulla rappresentazione del resto. Serie di Taylor per funzioni \sin , \cos ed \exp . Formula di Eulero. Convergenza della serie di Taylor nel caso generale. Serie di potenze. Raggio di convergenza. Serie di potenze nel campo complesso. Esempi significativi di funzioni speciali e loro rappresentazione approssimata.
3. **Integrale di Riemann.** Costruzione dell'integrale per casi facili: x , x^2 , e^x . Somme integrali per difetto e per eccesso. Definizione di integrabilità. Proprietà dell'integrale: linearità, additività, monotonia. Stima del modulo dell'integrale. Classi di funzioni integrabili: funzioni Lipschitziane e funzioni monotone. Integrabilità delle funzioni continue. Esempio di funzione non integrabile. Teorema della media integrale. Integrazione numerica: metodo dei trapezi, metodo di Simpson. Altri metodi: formule di Newton–Cotes, metodi adattativi, Monte Carlo. Funzioni integrali: definizione e lipschitzianità. Derivabilità di funzioni integrali. Il Teorema fondamentale del calcolo integrale. Calcolo di integrali definiti.
4. **Metodi di integrazione esplicita.** Determinazione di primitive elementari. Formule di derivazione e formule di integrazione. Integrazione di polinomi. Calcolo di aree di sottografici semplici. Logaritmo naturale e sottografico di $1/x$. Derivazione di funzione composta e formula di sostituzione. Integrale di $1/p(x)$ con p polinomio di secondo grado irriducibile. Derivazione del

prodotto e formula di integrazione per parti. Integrazione di polinomi Moltiplicati per esponenziali o seno/coseno. Casi speciali: $\ln x$, $\arctan x$, $\sin^2 x \dots$ Integrale di funzioni razionali ed approssimazione di π .

5. **Estensioni del concetto di integrale.** Integrali impropri. Integrale di funzioni positive illimitate. Integrale di funzioni positive su domini illimitati. Criteri integrale per serie numeriche. Integrale su rettangoli. Misurabilit  di insiemi del piano. Integrale di Riemann in dimensione 2. Cenni al caso di dimensione superiore.
6. **Equazioni differenziali.** Grave in caduta libera. Moto del proiettile. Dinamiche malthusiane e logistiche. Reazioni chimiche elementari. Soluzioni di equazioni differenziali. Metodo di separazione delle variabili. Equazioni lineari del primo ordine. Equazione di Bernoulli. Il problema di Cauchy. Teorema di esistenza ed unicit  locale. Esempi di esplosione in tempo finito e di molteplicit  di soluzioni. Metodo di discretizzazione esplicito di Eulero.
7. **Equazioni lineari del II ordine.** Equazioni del II ordine a coefficienti costanti omogenee. Struttura delle soluzioni e polinomio caratteristico. Caso di due radici reali (distinte o coincidenti). Caso di due radici complesse coniugate. Equazioni lineari del II ordine a coefficienti costanti non omogenee. Struttura delle soluzioni. Forzanti speciali (polinomi, funzioni trigonometriche). Variazione delle costanti. Equazioni lineari del II ordine a coefficienti variabili. Struttura delle soluzioni. Equazioni omogenee. Soluzioni in serie di potenze.

Testi adottati. Verranno distribuite dispense del corso.

Bibliografia di riferimento. Robert Adams, Christopher Essex, *Calculus: A Complete Course*, Pearson Education (US)

Prerequisiti. Trigonometria. Geometria analitica. Esponenziali e logaritmi. Espressioni algebriche. Calcolo Differenziale.

Modalit  di svolgimento. Il corso prevede lezioni teoriche ed esercitazioni pratiche.

Modalit  di valutazione. La prova scritta consiste nello svolgimento di alcuni esercizi di tipologia analoga a quelli presentati nelle lezioni. La prova orale   costituita da due parti: la prima riguarda il commento degli esercizi svolti nella prova scritta, la seconda composta di domande di carattere teorico.