

# Esercizi di Algebra Lineare

ANNO ACCADEMICO 2017/18

DOCENTI: A. DE SOLE, M. MANETTI, G. MONDELLO

Esercizi del 30 novembre 2017 (da consegnare il 7/12)

**Esercizio 1.** Calcolare il seguente determinante

$$\begin{vmatrix} 1 & -x & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & -x & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -x \\ a_0 & a_1 & a_2 & \dots & a_n \end{vmatrix}$$

**Esercizio 2.** Calcolare il seguente determinante

$$\begin{vmatrix} 1 & a & a^2 & a^3 \\ 0 & 1 & a & a^2 \\ b & 0 & 1 & a \\ c & e & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

dove  $a$  = le sorelle di Antani,  $b$  = gli anni di zio Bruno,  $c$  = il peso atomico del Cirillio ed  $e$  = il numero di Emeriti.

**Esercizio 3.** I numeri 2418, 1395, 8091, 8339 sono divisibili per 31. Dimostrare senza effettuare il conto esplicito che il determinante

$$\begin{vmatrix} 8 & 2 & 4 & 1 \\ 5 & 1 & 3 & 9 \\ 1 & 8 & 0 & 9 \\ 9 & 8 & 3 & 3 \end{vmatrix}$$

è divisibile per 31.

**Esercizio 4.** Determinare tutte le radici complesse del seguente polinomio

$$p(x) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1-x & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1 & 2-x & \dots & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & 1 & \dots & n-x \end{vmatrix}$$

**Esercizio 5.** Siano  $f_1, \dots, f_n : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  applicazioni lineari. Si consideri la funzione

$$F : \text{Mat}_{n \times n}(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}$$

definita da:

$$F(A) = \sum_{\sigma \in S_n} \text{sign}(\sigma) f_{\sigma(1)}(A^1) f_{\sigma(2)}(A^2) \dots f_{\sigma(n)}(A^n),$$

dove  $A^1, \dots, A^n$  sono le colonne della matrice  $A$ . Dimostrare che  $F$  è una funzione multilineare alterna sulle colonne.

**Esercizio 6.** Dimostrare che il determinante di una matrice antisimmetrica a coefficienti complessi di ordine 351 si annulla.