

COGNOME NOME : _____

preferenza per l'esame orale: _____

Si prega di riconsegnare il testo d'esame insieme all'elaborato

Scritto di VARIABILE COMPLESSA - 9 settembre 2015

Esercizio 1 Sia $f(z) = ze^{z-3}$.

- Dimostrare che $|f(z)| \leq 3$ per ogni $z \in D = \{z : |z| \leq 3\}$.
- Determinare le soluzioni dell'equazione $f(z) = 2z$.
- Determinare lo sviluppo in serie di Taylor di $f(z)$ di centro $z_0 = 4$.

Esercizio 2 Calcolare

$$\int_{+\gamma_r} \frac{e^{z^2}}{(z^2 + 1)(z - 2i)^2} dz, \quad \gamma_r : |z| = r$$

al variare di $r > 0$, $r \neq 1$ e $r \neq 2$. L'orientamento positivo su γ_r è quello antiorario.

Esercizio 3 a) Determinare la trasformazione lineare fratta

$$f(z) = \frac{az + b}{cz + d}$$

tale che $f(0) = -1$, $f(i) = -i$, $f(-1) = 0$.

- Determinare l'immagine dell'asse reale ($\text{Im } z = 0$) tramite f .
- Determinare l'immagine dell'asse immaginario ($\text{Re } z = 0$) tramite f .
- Determinare l'immagine dell'insieme $A = \{z \in \mathbb{C} : |z - 1| < 2\}$ tramite f .

Esercizio 4 a) Determinare il numero di zeri di $z^7 + 10z^3 + 14$ che cadono nella corona circolare $1 < |z| < 2$.

b) Calcolare

$$\int_{+\partial D} \frac{7z^6 + 30z^2}{z^7 + 10z^3 + 14} dz, \quad D = \{z : |z| \leq 2\}.$$