

Si prega di riconsegnare il testo d'esame insieme all'elaborato

Scritto di **VARIABILE COMPLESSA - 8 luglio 2015**

COGNOME NOME : _____

preferenza per l'esame orale: _____

Esercizio 1 Determinare il campo di olomorfia A di

$$f(z) = \sqrt{z^2 - z}$$

ove si assume la determinazione principale della radice. Disegnare A . Calcolare $f(-i)$, $|f(-i)|$ e $\arg f(-i)$.

Esercizio 2 a) Studiare le singolarità isolate di

$$f(z) = \frac{1}{\sin(\pi(z-1)) \sin(\pi/(z+1))}.$$

b) Calcolare

$$\int_{+\partial D} f(z) dz, \quad D = \{z \in \mathbb{C} : |\operatorname{Re} z - 2| \leq 3/2, |\operatorname{Im} z| \leq 1\}.$$

Esercizio 3

a) Sviluppare $f(z) = \frac{7z-2}{z^2(z-2)}$ in serie di Laurent nelle seguenti regioni

$$\text{ i) } 0 < |z| < 2; \quad \text{ ii) } 0 < |z-2| < 2; \quad \text{ iii) } |z| > 2.$$

b) Studiare $f(z)$ in $z = \infty$ e calcolarne il residuo.

Esercizio 4 Calcolare

$$\int_0^{2\pi} \frac{\sin^2 \theta}{5 + 3 \cos \theta} d\theta$$

(Suggerimento: con la trasformazione $z = e^{i\theta}$ l'integrale diventa...)