

# Esercitazione N.7

1. Calcolare i seguenti limiti

$$\begin{array}{ll} a) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 2x + 3}{2\sqrt{x^4 + x}} & b) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 + 2}{x - 10x^3} \\ c) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4 + 5x^3 + 2}{x^2 + 100} & d) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + 1}{3x^3 + x^2 + 1} \\ e) \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x+2} - \sqrt{x+3} & f) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{2x^2 + 1}} \\ g) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{2x}}{x} & h) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{2x}}{x^{10}} \\ i) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{2x}}{e^{3x}} & l) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{-x}}{x^{10}} \\ m) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log x^3}{3x} & n) \lim_{x \rightarrow +\infty} \log \frac{1}{x} \end{array}$$

2. Calcolare i seguenti limiti

$$\begin{array}{ll} a) \lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{x} \cos \frac{1}{x^2} & b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\sin 3x} \\ c) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^3 + 2}{x - 4} & d) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} \\ e) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\sqrt{x}} & f) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{2x^2 + 1}} \\ g) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 4x}{\sqrt{x^4 + x}} & h) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x}}{x^{10}} \\ i) \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 - 3x + 2}{|x - 1|} & l) \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|x - 2|}{4 - x^2} \\ m) \lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{\frac{\operatorname{tg} x}{2x}} & n) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sin(2x + 2)}{x^2 - 1} \end{array}$$

3. Determinare l'insieme di continuità delle seguenti funzioni

$$a) f(x) = \sin(x^2) + x - 2 \quad b) f(x) = e^{x+2x^2}$$

$$c) f(x) = \sqrt{\frac{x^2 - 4}{x^2 + 1}} \quad d) f(x) = \sqrt{\frac{x^2 - 1}{|x - 1|}}$$

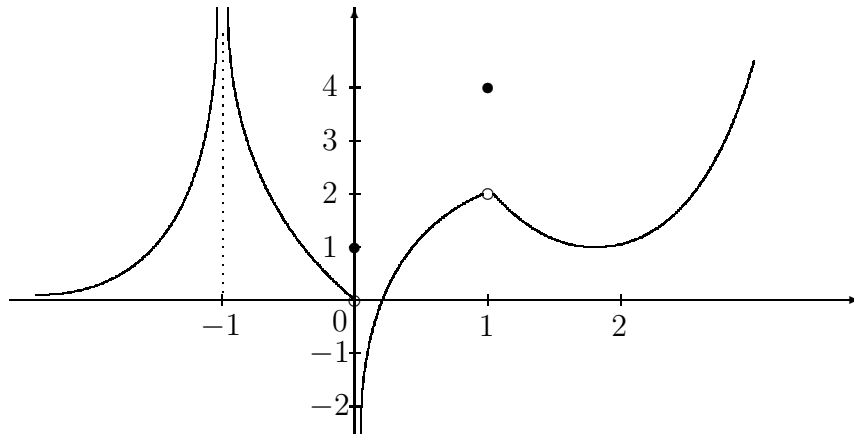
$$e) f(x) = \log(x^2 - 1) \quad f) f(x) = \operatorname{tg} 6x$$

$$g) f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{|x - 1|} \quad h) f(x) = \begin{cases} x - 2 & \text{se } x \geq 1 \\ 2 - x & \text{se } x < 1 \end{cases}$$

$$e) f(x) = x \log |x| \quad f) f(x) = \log(1 + \cos x)$$

4. Calcolare i limiti (destro e sinistro) negli eventuali punti di discontinuità delle funzioni dell'esercizio precedente e determinarne il tipo di discontinuità.

5. Osservando il grafico di  $f$



determinare i seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) \quad \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) \quad \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x).$$

Quanto valgono  $f(0)$  e  $f(1)$ ?

6. Determinare il parametro  $\alpha \in \mathbf{R}$  in modo che la seguente funzione sia continua su tutto  $\mathbf{R}$

$$f(x) = \begin{cases} 3x^2 + 2 & \text{se } x \leq 1 \\ \alpha - 2x & \text{se } x > 1. \end{cases}$$

Una volta determinato tale valore di  $\alpha$  provare a disegnarne il grafico e confrontarlo con il grafico corrispondente ad altri valori di  $\alpha$ .

7. Determinare il valore del parametro  $\alpha$  in modo che la seguente funzione sia continua

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin \sqrt{3|x|}}{(x^2 + 1)\sqrt{|x|}} & \text{se } x \neq 0 \\ \alpha & \text{se } x = 0. \end{cases}$$

8. Associare ogni funzione (a)–(f) a uno dei grafici I–VI, giustificando la scelta

$$(a) f(x) = \frac{1}{x-1} \quad (b) f(x) = \frac{x}{x-1} \quad (c) f(x) = \frac{1}{(x-1)^2}$$

$$(d) f(x) = \frac{1}{x^2-1} \quad (e) f(x) = \frac{x}{(x-1)^2} \quad (f) f(x) = \frac{x}{x^2-1}$$

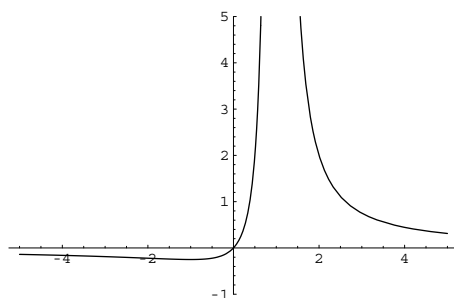


Figura 102: I

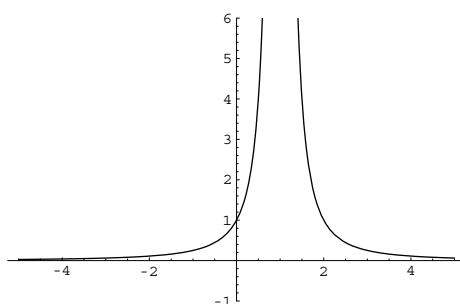


Figura 103: II

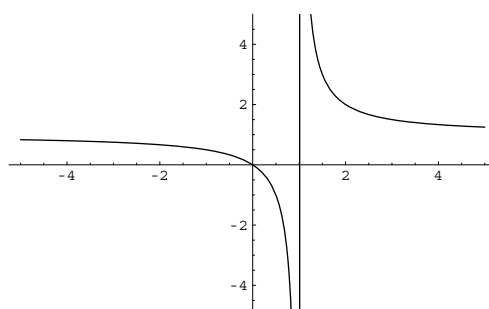


Figura 104: III

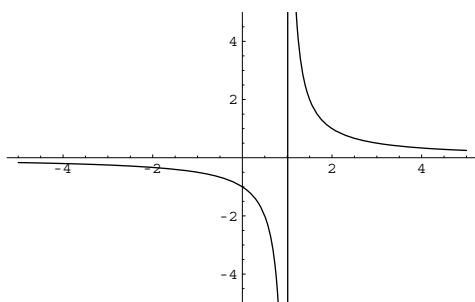


Figura 105: IV

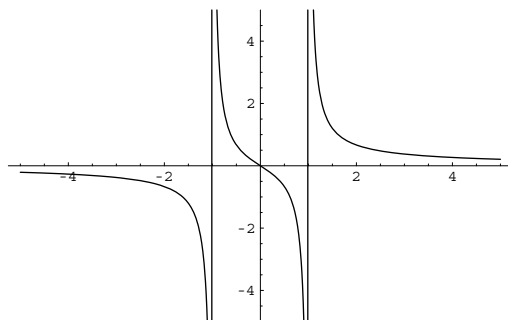


Figura 106: V

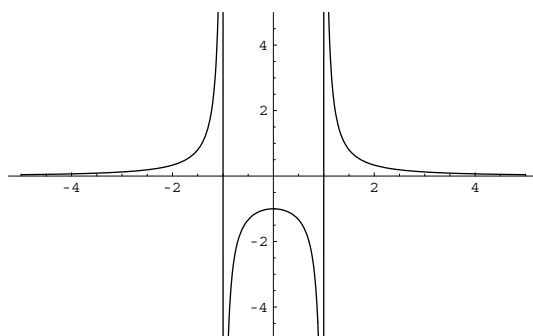


Figura 107: VI