

ALGEBRA 2 — Quarto esame scritto

12 settembre 2012

- (1) • [4pt] Il centralizzatore di $\sigma = (1\ 2\ 3)(4\ 5\ 6\ 7\ 8\ 9)$ in S_9 è ciclico?
• [3pt] Quanti elementi ha?
- (2) • [3pt] G è un gruppo abeliano di ordine 30. Quanti elementi di ordine 15 contiene?
• [4pt] G è un gruppo non abeliano di ordine 30. Quanti elementi di ordine 15 contiene?
- (3) • [4pt] Qual è il campo di spezzamento L del polinomio $(x^4 - 3)(x^4 - 2) \in \mathbb{F}_5[x]$.
• [4pt] Mostrare che L contiene un unico sottocampo K con 25 elementi, e descrivere $\text{Gal}(L/K)$.
- (4) Sia $\alpha = \sqrt[8]{2}$.
• [2pt] Calcolare il polinomio minimo di α su \mathbb{Q} .
• [2pt] Calcolare almeno una radice ottava complessa primitiva di 1.
• [2pt] Sia L la più piccola estensione di Galois di \mathbb{Q} che contenga α . Spiegare per quale motivo $[L : \mathbb{Q}] = 16$.
• [2pt] Descrivere $\text{Gal}(L/\mathbb{Q})$.