

## Compito scritto simulato del 29/5/07

### Calcolo delle Probabilità 1

1. Ogni anno Elena sceglie di passare le sue vacanze estive ad Alassio (A), alle Baleari (B) o a Cuba (C), scegliendo ogni anno di andare in una località diversa da quella dell'anno precedente. Elena ha preparato 10 biglietti riportanti il nome di una località: Alassio è scritta su 2 biglietti, Baleari su 3 e Cuba su 5. Ogni anno Elena pone in una scatola tutti i biglietti col nome di una località non visitata l'estate precedente ed estrae a caso la meta per le sue vacanze estive. Si indichi con  $X_n$  la località visitata l' $n$ -esimo anno.

- Determinare la matrice di transizione e disegnare il grafo della catena.
- Dire se esiste la legge di equilibrio e in questo caso determinarla.
- Ritornando da una vacanza ad Alassio, Elena si chiede quanti anni dovranno trascorrere in media per visitare ancora Cuba. Potete aiutarla?

2. In un aeroporto, allo scarico dei bagagli di un aereo viene assegnato un solo carrello, che quindi dopo ogni viaggio deve tornare indietro per prendere i bagagli che non sono entrati nei carichi precedenti. Il tempo che serve al carrello per tornare all'aereo, caricare i bagagli e scaricarli sul nastro trasportatore è di 5 minuti. Dalle statistiche, il numero dei carrelli che si riempiono con i bagagli di un aereo segue la funzione di massa geometrica (per studenti prof. Piccioni: traslata di 1 unità in avanti, perchè il carrello fa almeno un viaggio), e 4 volte su 10 basta un solo carrello. I bagagli presenti sull'aereo vengono assegnati a caso ai vari viaggi del carrello. Infine, il tempo medio di attesa in minuti per un singolo bagaglio è di 3 minuti dal momento in cui il bagaglio viene scaricato dal carrello (diamo solo il valore atteso perchè è la sola informazione che conta al fine di rispondere ai quesiti; si può alternativamente assumere che questo tempo sia costante). Sia  $N$  il numero dei viaggi compiuti dal carrello, e sia  $T$  il tempo di attesa di un certo bagaglio presente sull'aereo, dal momento in cui viene messo in moto per la prima volta il nastro trasportatore.

- Calcolare  $E(N)$ .
- Calcolare  $E(T|N = n)$ , per  $n = 1, 2, \dots$

- Calcolare  $E(T)$ .

3. Il numero dei malfunzionamenti di un'apparecchiatura nel primo anno di vita segue la legge di Poisson, con media  $\lambda$ . Siano  $X_1, \dots, X_n$  il numero dei malfunzionamenti nel primo anno di vita di  $n$  apparecchiature vendute simultaneamente.

- Se  $n = 100$ , approssimare la probabilità che nel primo anno il numero totale dei malfunzionamenti di tutte queste apparecchiature superi 115.
- Se  $n = 100$ , determinare quanto deve essere piccolo  $\lambda$  in modo che questa probabilità risulti più piccola del 5 per cento.
- Se  $\lambda = 1$ , determinare quanto deve essere grande al più  $n$  perchè la probabilità che il numero totale dei malfunzionamenti di tutte queste apparecchiature superi 115 sia inferiore al 5 per cento.