

# Calcolo delle Probabilità 1

M. Isopi - M. Piccioni A.A. 2006/07

## Esercitazione del 13-4-07

1. Su uno spazio di probabilità  $\Omega$  è data una probabilità  $P$  di cui sappiamo che

$$\mathbf{P}(A\Delta B) = \frac{1}{3}, \quad \mathbf{P}(A\cup B) = \frac{1}{2},$$

per due fissati eventi  $A$  e  $B$  di  $\Omega$ .

**a** Calcolare  $\mathbf{P}(A\cap B)$ .

**b** Determinare il valore minimo e il valore massimo che può assumere  $\mathbf{P}(A)$  con i vincoli scritti sopra.

**c** È possibile che  $A$  e  $B$  siano indipendenti rispettando i detti vincoli?

2. Abbiamo a disposizione due urne che contengono palline bianche e nere, che chiamiamo urna 0 e urna 1. Nell'urna 0 la proporzione di palline bianche è  $p$ , mentre nell'urna 1 è  $1-p$ . Si sceglie a caso una delle due urne e si comincia ad estrarre una pallina. Se la pallina è bianca, si estrae dall'altra urna una seconda pallina; se è nera, si rimette nell'urna e si continua ad estrarre la seconda pallina dalla stessa urna.

**a** Determinare la probabilità dell'evento  $A$  che le estrazioni diano palline di colore diverso, in un ordine qualsiasi.

**b** Sapendo che  $A$  si è verificato, con che probabilità si è verificato l'evento  $B$  che la prima pallina estratta sia bianca?

**c** Determinare, in funzione di  $p \in (0, 1)$ , se i due eventi  $A$  e  $B$  sono correlati (positivamente o negativamente) oppure indipendenti.

3. Un professore ha tre studenti di cui è relatore di tesi. Ogni giorno dal lunedì al venerdì è disponibile per un'ora a ricevere uno di essi. Ogni studente, al venerdì della settimana precedente, lancia un dado, ciascuno indipendentemente dagli altri, e sceglie di prenotare (con un messaggio di posta elettronica) il giorno indicato dal dado (se esce 6 lo studente non richiede l'appuntamento e non manda alcun messaggio).

**a** Determinare la probabilità che non si verifichi una sovrapposizione tra due o più studenti.

**b** Determinare la stessa probabilità, sapendo che tutti e tre gli studenti hanno mandato un messaggio di prenotazione (ovviamente prima di aver aperto i messaggi).

**c** Determinare la probabilità che non si verifichi alcuna sovrapposizione e inoltre il professore sia libero il lunedì oppure il venerdì.