



Corso di Laurea in Matematica, A.A. 2020-21
Probabilità 1, Canale 1 (Docente: L. Bertini)
ESERCIZI SETTIMANALI

Gli esercizi e le domande contrassegnate con * sono impegnativi. Si consiglia quindi di affrontarli dopo aver risolto gli altri.

SETTIMANA 2

Esercizio 1. Un'associazione è formata da 25 iscritti. Tra questi devono essere scelti un presidente ed un segretario (lo stesso associato non può ricoprire entrambe le cariche).

- 1) Quanti sono i modi possibili per ricoprire le due cariche?
- 2) Se gli individui vengono scelti a caso per ricoprire le cariche, qual è la probabilità che un assegnato membro dell'associazione ne ricopra una?
- 3) Si supponga ora che nella medesima associazione debbano essere scelti due sguatterti. Quante sono le possibili scelte?

Esercizio 2. Quanti sono gli anagrammi (anche senza senso) delle parole: RISO, PATATE e COZZE.

Esercizio 3. Vengono estratte 5 carte a caso da un mazzo di 52 carte francesi. Calcolare la probabilità di ottenere:

- 1) poker;
- 2) colore;
- 3) full;
- 4) doppia coppia (ma non un full);
- 5) tris (ma né poker né full).

Esercizio 4. In un dipartimento di psicostoria, le aule I e II possono accogliere 50 studenti ciascuna, mentre l'aula III può accoglierne 100. Per seguire il corso di probabilità in tali aule, 200 matricole vengono divise in tre gruppi (di 50, 50 e 100 studenti).

- 1) In quanti modi si possono creare i tre gruppi?
- 2) In quanti modi si possono assegnare gli studenti nelle tre aule?

Alyona e Bogdana vorrebbero seguire il corso insieme per aiutarsi nello studio, ma vorrebbero evitare di ritrovarsi in classe con l'insopportabile Vadik.

- 3) Supponendo venga effettuata una divisione casuale degli studenti nelle aule, calcolare la probabilità che tale desiderio si avveri.

Esercizio 5. Un mazzo di carte napoletane è costituito da 40 carte di 4 semi distinti (denominati denari, coppe, spade e bastoni), numerate dall'asso al re.

In una partita di tresette si distribuiscono 10 carte a ciascuno dei 4 giocatori. Un giocatore ottiene una *napoletana* se riceve asso, due e tre dello stesso seme.

Voi siete al tavolo, e ricevete la vostra mano di 10 carte.

- 1) Calcolare la probabilità che otteniate una napoletana di bastoni (asso, due e tre di bastoni).
- 2) Calcolare la probabilità che otteniate contemporaneamente una napoletana di bastoni e di coppe.
- 3) Calcolare la probabilità che otteniate almeno una napoletana.

Esercizio 6. Alfredo e Bianca escono la sera con 5 amici. Cominciano la serata con un aperitivo al bar. Davanti al bancone ci sono 7 sgabelli vuoti in fila e ciascuno sceglie uno sgabello a caso. Qual è la probabilità che Alfredo e Bianca si siedano vicini? Dopo si recano al ristorante, dove gli viene assegnato un tavolo rotondo con 7 sedie e ciascuno sceglie una sedia a caso. Qual è la probabilità che Alfredo e Bianca si siedano vicini?

Esercizio 7. Siano S, S' insiemi finiti con $|S| = n$ e $|S'| = k$. Rispondere alle seguenti domande al variare di $n, k \in \mathbb{N}$

- 1) Quante sono le funzioni da S a S' ?
- 2) Quante sono le funzioni iniettive da S a S' ?
- 3) Quante sono le funzioni biunivoche da S a S' ?
- 4)* Quante sono le funzioni suriettive da S a S' ? (Suggerimento: utilizzare il principio di inclusione/esclusione)

Esercizio 8. Si dispone di una moneta bilanciata, ossia che rende testa (T) o croce (C) con uguale probabilità.

- 1) Calcolare la probabilità p_2 di ottenere 2 volte T lanciando $n = 2$ volte la moneta.
- 2) Calcolare la probabilità p_3 di ottenere (almeno) 2 T *consecutive* lanciando $n = 3$ volte la moneta.
- 3)* Calcolare la probabilità p_n di ottenere (almeno) 2 T *consecutive* lanciando n volte la moneta, per ogni $n \geq 1$.

Esercizio 9.* Dato un insieme (finito) Ω , una *partizione* $\{D_i\}$ di Ω è una famiglia di sottoinsiemi non vuoti di Ω con le proprietà $\Omega = \bigcup_i D_i$ con $D_i \cap D_j = \emptyset$ per $i \neq j$. Sia d_n il numero di partizioni di un insieme di cardinalità n . Poniamo, per convenzione, $d_0 = 1$.

- 1) Dimostrare la relazione ricorsiva

$$d_{n+1} = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} d_k$$

- 2) Via induzione in n verificare quindi l'identità

$$d_n = \frac{1}{e} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{k^n}{k!}$$