Laurea triennale in MATEMATICA, Corso di **PROBABILITÀ 1**

Prof. L. Bertini - G. Nappo - F. Spizzichino

Compito scritto del 02.07.2010 - FOGLIO RISPOSTE

NOME e COGNOME____

CANALE Prof. L. Bertini ______ **CANALE G. Nappo** ______ **CANALE F. Spizzichino** ______

N.B. Mettere una croce sul canale di appartenenza, e scrivere le risposte dei vari punti degli esercizi (oppure, in mancanza di tempo e/o di spazio, mettere una croce sui punti risolti degli esercizi)

Esercizio 1.

i) ______

ii) ______

iii) ______

iv) ______

v) ______

Esercizio 2.

i) ______

ii) ______

iii) ______

Esercizio 3.

i) ______

ii) ______

iii) ______

iv) ______

Laurea triennale in MATEMATICA, Corso di **PROBABILITÀ 1**

Prof. L. Bertini - G. Nappo - F. Spizzichino

PROVA SCRITTA DEL 02.07.2010

N.B. Scrivere le soluzioni degli esercizi su questi fogli giustificando brevemente i passaggi svolti.
Non è necessario svolgere tutti i calcoli fino in fondo.

Esercizio 1.

Si supponga che ognuna tra 7 università del Lazio (ossia Sapienza, Tor Vergata, Roma 3, Cassino, Viterbo, Luiss e Cattolica) abbia eletto due professori ciascuna, per formare un comitato che il presidente del CUN (Consiglio Universitario Nazionale) possa consultare su problemi relativi allo studio Universitario nel Lazio. Il presidente decide di iniziare le consultazioni incontrando $n = 7$ rappresentanti del comitato, scelti a caso fra tutti i 14.

i) Calcolare la probabilità che nel primo incontro ci siano k rappresentanti della Sapienza, specificando per quali valori di k risulta strettamente positiva.

ii) Calcolare la probabilità che nel primo incontro ognuna delle 7 Università sia rappresentata.

iii) Calcolare la probabilità che nel primo incontro ognuna delle tre Università Sapienza, Tor Vergata e Roma 3 abbia esattamente un rappresentante.

Se invece il presidente decidesse di scegliere a caso n = 8 (invece di 7) rappresentanti:

iv) Calcolare la probabilità che nel primo incontro ci siano 2 rappresentanti della Sapienza, ed esattamente uno per ognuna delle altre sei Università.

v) Calcolare la probabilità che nel primo incontro ognuna delle 7 Università abbia almeno un rappresentante.

Laurea triennale in MATEMATICA, Corso di **PROBABILITÀ 1**

Prof. L. Bertini - G. Nappo - F. Spizzichino

Prova scritta del 02.07.2010

N.B. Scrivere le soluzioni degli esercizi su questi fogli giustificando brevemente i passaggi svolti. **È necessario svolgere tutti i calcoli fino in fondo**.

NOME e COGNOME____ CANALE ____________________

Esercizio 2. In una pagina delle bozze un libro vi sono esattamente tre errori di stampa. La pagina viene controllata indipendentemente dai due diversi correttori di bozze, Aldo e Barbara.

Ciascun errore ha probabilità $1/2$ di essere individuato da Aldo e uguale probabilità $1/2$ di essere individuato da Barbara.

Si suppone una completa indipendenza, oltre che fra i due correttori, anche fra l'individuazione di errori diversi da parte di uno stesso correttore.

Posto X il numero degli errori individuati da entrambi ed Y il numero degli errori non individuati (né da Aldo, né da Barbara):

i) Trovare la distribuzione marginale di Y e calcolare la probabilità dell'evento $\{Y > 0\}$.

ii) Calcolare la probabilità dell'evento $\{X = 1, Y = 0\}$, la distribuzione condizionata e il valore atteso condizionato di Y dato $\{X = 1\}$

Supponiamo ora che la stessa situazione si presenti per ognuna delle 128 pagine del libro (sempre tre errori, sempre probabilità $1/2$ per ciascun errore di essere individuato da un singolo correttore, ...)

Sia W il numero di pagine contenenti errori non individuati (né da Aldo, né da Barbara).

iii) Utilizzando la disuguaglianza di Chebyshev, fornire una limitazione inferiore alla probabilità dell'evento $\{62 \leq W \leq 86\}$.

Laurea triennale in MATEMATICA, Corso di **PROBABILITÀ 1**

Prof. L. Bertini - G. Nappo - F. Spizzichino

ESAME DEL 02.07.2010

N.B. Scrivere le soluzioni degli esercizi su questi fogli giustificando brevemente i passaggi svolti. **È necessario svolgere tutti i calcoli fino in fondo**.

NOME e COGNOME______________________________________ CANALE ____________________

Esercizio 3. Dato $p \in [0,1]$ si consideri la funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ \frac{1}{2} + p\left(e^{-x} - \frac{1}{2}\right) & 0 \leq x \leq 2 \\ p\, e^{-x} & x > 2 \end{cases}$$

i) Verificare che per ogni $p \in [0,1]$ la funzione f è la densità di probabilità di una variabile aleatoria continua X.

ii) Calcolare il valore atteso della variabile aleatoria X.

iii) Calcolare la probabilità dell'evento $X > 1$.

iv) Sapendo che $X > 1$, calcolare la probabilità dell'evento $1 < X < 2$ e trovare il valore di p che massimizza tale probabilità condizionata.