

Laurea triennale in MATEMATICA, Corso di **PROBABILITÀ 1**

Prof. L. Bertini - G. Nappo - F. Spizzichino

PROVA SCRITTA DEL 10.06.2010

**N.B.** Scrivere le soluzioni degli esercizi su questi fogli giustificando brevemente i passaggi svolti. Non è necessario svolgere tutti i calcoli fino in fondo.

NOME e COGNOME \_\_\_\_\_ CANALE \_\_\_\_\_

**Esercizio 1.** Un'industria di componenti elettronici vende un prodotto in scatole da 10 pezzi. Ciascun pezzo, indipendentemente dagli altri, è difettoso con probabilità uguale al 2%

*i)* Calcolare la probabilità che una fissata scatola contenga 2 o più pezzi difettosi.

**Supponiamo ora che, prima della vendita, da ciascuna scatola vengono estratti a caso e controllati quattro diversi pezzi.** La scatola passa direttamente alla vendita soltanto se non si rileva alcun pezzo difettoso. Come prima, ciascun pezzo, indipendentemente dagli altri, è difettoso con probabilità del 2%.

*ii)* Calcolare la probabilità condizionata che una scatola mostri al controllo 2 pezzi difettosi, data l'ipotesi che essa contiene complessivamente 3 pezzi difettosi.

*iii)* Calcolare la probabilità che una scatola contenga almeno un pezzo difettoso sapendo che è passata alla vendita.

**N.B.** Scrivere le soluzioni degli esercizi su questi fogli giustificando brevemente i passaggi svolti. Non è necessario svolgere tutti i calcoli fino in fondo.

**Esercizio 2.** Come nell'**Esercizio 1**, un'industria di componenti elettronici vende un prodotto in scatole da 10 pezzi e ciascun pezzo, indipendentemente dagli altri, è difettoso con probabilità uguale al 2%.

**Supponiamo però che l'industria non effettui alcun controllo di qualità.**

Un cliente compra 500 scatole.

- i)* Calcolare il valore atteso e varianza del numero totale di pezzi difettosi acquistati dal cliente.
- ii)* Calcolare, utilizzando l'approssimazione gaussiana, la probabilità che il numero dei pezzi difettosi sia minore o uguale a 80.

Un secondo cliente compra  $N$  scatole, dove  $N$  è una v.a. di Poisson di parametro  $\lambda > 0$  indipendente dalla difettosità dei pezzi. (Ovviamente,  $N = 0$  significa che il cliente non ha comprato nessuna scatola)

- iii)* Calcolare il valore atteso del numero totale di pezzi difettosi acquistati dal secondo cliente.

Siano  $X$  il numero di scatole acquistate dal secondo cliente con almeno un pezzo difettoso ed  $Y$  il numero di scatole acquistate dal dal secondo cliente senza pezzi difettosi.

- iv)* Calcolare

$$P(X = 0, Y = 0), \quad P(X = 1, Y = 0), \quad P(X = 0, Y = 1)$$

(SUGGERIMENTO: pensare a quanto vale  $N$ )

- v)* (**facoltativo**) Dimostrare che  $X$  e  $Y$  sono v.a. indipendenti.

Laurea triennale in MATEMATICA, Corso di **PROBABILITÀ 1**

Prof. L. Bertini - G. Nappo - F. Spizzichino

PROVA SCRITTA DEL 10.06.2010

**N.B.** Scrivere le soluzioni degli esercizi su questi fogli giustificando brevemente i passaggi svolti.

**ATTENZIONE:** è necessario svolgere tutti i calcoli fino in fondo (escluso il punti *iv*).

**Esercizio 3.** Sia  $X$  una variabile aleatoria con densità

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 1, \\ 2ax^{-3} + b & 1 < x \leq 2, \\ 0 & x > 2. \end{cases}$$

- i*) Mostrare che per  $a = 2$  e  $b = -\frac{1}{2}$ , la funzione  $f(x)$  è una densità tale che  $E(X) = 5/4$ , e disegnare il grafico di  $f$ .
- ii*) Calcolare la varianza di  $X$ .
- iii*) Trovare la funzione di distribuzione e disegnarne il grafico.
- iv*) Calcolare  $P(|X - 5/4| \geq 1/8)$  (ATTENZIONE A VOCE E' stato specificato "in termini della funzione di distribuzione")
- v*) (**facoltativo**) È possibile trovare  $a$  e  $b$  in modo che la funzione  $f(x)$  sia una la densità di probabilità di una variabile aleatoria  $Y$  e (contemporaneamente) valga  $E(Y) = 0$ ?