



Esercizio 1. Il gioco del lotto consiste in un'estrazione casuale (senza reinserimento) di 5 numeri tra $\{1, \dots, 90\}$. Si può scommettere su diverse "ruote" e le estrazioni su ruote diverse sono indipendenti. La puntata "ambo" ("terno") consiste nella scelta di due (tre) numeri, se tali numeri sono tra i 5 estratti si vince.

– Emilio punta sull'ambo $\{4, 21\}$ sulla ruota di Roma e sul terno $\{30, 48, 67\}$ sulla ruota di Napoli.

i) Calcolare la probabilità che Emilio vinca almeno una delle due giocate.

ii) Sapendo che Emilio ha vinto l'ambo, quanto vale la probabilità che Emilio abbia vinto il terno?

– Fabio punta sull'ambo $\{4, 21\}$ e sul terno $\{30, 48, 67\}$ **entrambi** sulla ruota di Roma.

iii) Calcolare la probabilità che Fabio vinca almeno una delle due giocate.

iv) Sapendo che Fabio ha vinto l'ambo, quanto vale la probabilità che Fabio abbia vinto il terno?

– Giovanna punta sull'ambo $\{4, 21\}$ e sul terno $\{21, 48, 67\}$ **entrambi** sulla ruota di Roma.

v) Calcolare la probabilità che Giovanna vinca almeno una delle due giocate.

vi) Sapendo che Giovanna ha vinto l'ambo, quanto vale la probabilità che Giovanna abbia vinto il terno?

Esercizio 2. Si supponga che in una fabbrica siano difettosi, in media, 3 computer ogni 1000, e che ciascun computer sia difettoso indipendentemente dagli altri.

i) Calcolare la probabilità che in una fornitura di 500 computer ce ne siano almeno 2 difettosi.

ii) Calcolare la probabilità che in una fornitura di 500 computer ce ne siano al massimo 2 difettosi

iii) Utilizzando un'opportuna approssimazione, trovare un'espressione approssimata per le probabilità dei due punti precedenti.

Si supponga ora che siano possibili solamente due tipi di malfunzionamento. Inoltre, **se un computer è difettoso**, il primo tipo di malfunzionamento **si presenta entro un mese dall'acquisto** nel 40% dei casi, il secondo tipo di malfunzionamento **si presenta entro un mese dall'acquisto** nel 60% dei casi ed entrambi i tipi di malfunzionamento **si presentano entro un mese dall'acquisto** nel 30% dei casi.

iv) Calcolare la probabilità che, **se un computer è difettoso**, almeno uno dei due malfunzionamenti si presenti entro un mese dall'acquisto.

v) Calcolare la probabilità che, **se un computer è difettoso**, nessuno dei due malfunzionamenti si presenti entro un mese dall'acquisto.

vi) Avendo acquistato un computer e sapendo che nessuno dei due malfunzionamenti si è presentato nel primo mese dall'acquisto, calcolare la probabilità che il computer sia difettoso.

Esercizio 3. Siano $\tau_1, \dots, \tau_n, \dots$ variabili aleatorie indipendenti ed identicamente distribuite con distribuzione esponenziale di parametro $\lambda > 0$. Per $n \geq 1$ siano $S_n = \min_{i=1, \dots, n} \tau_i$ e $T_n = \max_{i=1, \dots, n} \tau_i$. Per $t > 0$ sia infine $N_t = \min\{n : \tau_1 + \dots + \tau_n > t\} - 1$, ovvero: $N_t = 0$ se $\tau_1 > t$, $N_t = 1$ se $\tau_1 \leq t$ e $\tau_1 + \tau_2 > t$, $N_t = 2$ se $\tau_1 + \tau_2 \leq t$ e $\tau_1 + \tau_2 + \tau_3 > t, \dots$

i) Calcolare la funzione di distribuzione e la densità di probabilità della variabile aleatoria S_n , $n \geq 1$.

ii) Calcolare la funzione di distribuzione e la densità di probabilità della variabile aleatoria T_n , $n \geq 1$.

iii) Calcolare la distribuzione di N_t , $t > 0$.