

1 Corso di laurea in Chimica Industriale a.a. 2015 2016

1.1 MATEMATICA II

SCHEDA 4

Esercizio 1: Sia

$$F(x,y) = \left(\frac{1}{x-1} \cos(x+y) - \log(1-x) \sin(x+y), \quad -\log(1-x) \sin(x+y) \right)$$

Dimostrare che F è un campo conservativo nel suo insieme di definizione e trovarne un potenziale

Esercizio 2: Sia

$$\omega(x,y) = f(y) dx + x(e^y + f(y)) dy$$

determinare l'unica funzione $f \in C^1(\mathbf{R})$ con $f(0)=0$ tale che ω sia esatta.

In corrispondenza di tale f determinare la primitiva di ω che si annulla nell'origine.

Esercizio 3: Calcolare

$$\int_{\gamma} \frac{e^x}{y} dx - \frac{e^x}{y^2} dy$$

dove $\gamma = \gamma_1 \cup \gamma_2 \cup \gamma_3$ $\gamma_1 : x^2 + y^2 - 4x - 4y + 7 = 0 \quad 1 \leq x \leq 2 ; 1 \leq y \leq 2$
 $\gamma_2 : y - x + 1 = 0 \quad 2 \leq x \leq 3, \quad \gamma_3 : 2y + x^2 - 6x + 5 = 0 \quad 3 \leq x \leq 4$

Esercizio 4: Calcolare

$$\int_{\gamma} \left[2x \cos\left(\frac{\pi y}{x}\right) + \pi y \operatorname{sen}\left(\frac{\pi y}{x}\right) \right] dx - \pi x \operatorname{sen}\left(\frac{\pi y}{x}\right) dy$$

dove γ è l'arco di parabola di equazione $y = \frac{x^2}{6} + \frac{x}{6} + 1 \quad 2 \leq x \leq 3$ orientato nel verso delle x crescenti.

Esercizio 5: Determinare la funzione $\varphi \in C^1(\mathbf{R} - \{0\})$ con $\varphi(1)=1$ tale che la forma

$$\omega(x,y,z) = \left(\frac{1}{x} - \frac{yz}{x^2} \right) dx + z \varphi(x) dy + \left(\frac{1}{z} + \frac{y}{x} \right) dz$$

sia esatta. In corrispondenza di tale φ trovare la primitiva che si annulla nel punto $P=(1,1,1)$.

N.B negli esercizi 3 e 4 non tentare di integrare sulle curve assegnate, ma provare che il campo è conservativo ed utilizzare i teoremi relativi agli integrali di seconda specie di campi conservativi-