

1 Corso di laurea in Chimica Industriale a.a. 2015 2016

1.1 ISTITUZIONI DI MATEMATICA II

SCHEDA 2

Esercizio 1 Disegnare nel piano gli insiemi seguenti e riconoscere se sono aperti o chiusi, se sono limitati.

$$E_1 = \{(x, y); x^2 + y^2 < 4\} \cap \{|x| > 1/2\}$$

$$E_2 = \{(x, y); 0 < y < 4\} \cap \{y \neq x/2\}$$

$$E_3 = \{(x, y); x^2/4 + y^2/9 < 1\}$$

$$E_4 = \{(x, y); (x^2 + y^2 - 9)(x^2 + y^2 - 4) > 0\}$$

Esercizio 2 Disegnare i sottoinsiemi del piano determinati dalle seguenti disuguaglianze

$$\begin{cases} 0 < x^2 + y^2 < 1 \\ 0 < x + y < 1 \end{cases} \quad \begin{cases} |x| + |y| < 2 \\ (|x| - 1)(|y| - 1) < 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 + y^2 < 1 \\ x - y \geq 0 \end{cases}$$

Esercizio 3 Calcolare se esiste il limite delle seguenti successioni

$$\{P_n\} = \{((-1)^n, n \sin 1/n)\}, \quad \{Q_n\} = \left\{ \left(\frac{\sin n}{n}, (1 + 1/n)^n, \frac{n^2-1}{n^2+1} \right) \right\}$$

Esercizio 4 Calcolare la lunghezza dell'arco di curva di equazione polare $r(\theta) = \sin \theta$ $\pi \leq \theta \leq 4\pi$.

Calcolare la lunghezza della curva $\vec{r}(t) = (e^t \cos t, e^t \sin t)$ $t \in [-\pi/2, 0]$ e scrivere l'equazione della retta tangente nel punto corrispondente a $t = -\pi/4$

Esercizio 5 Sia $\vec{r}(t) = (t, t^4/4)$. $t \in [0, 2]$. Verificare che la curva è regolare, scrivere l'equazione della retta tangente al sostegno di t nel punto $(1, 1/4)$ e calcolare

$$\int_{\gamma} x^5(1 + x^6) ds$$

Esercizio 6 Sia $r(t) = (t^3/3, t^2/2)$ $t \in [1, 2]$ verificare che r è una curva regolare.

Sia γ il sostegno della curva calcolare

$$\int_{\gamma} (1 + 2y) ds$$

Esercizio 7 Sia $r(t) = (t \cos 2t, -t \sin 2t)$. $t \in [0, 1]$. Calcolare il seguente integrale curvilineo

$$\int_{\gamma} \sqrt{x^2 + y^2} ds \quad \text{dove } \gamma \text{ è il sostegno della curva}$$

Esercizio 8 Sia $\vec{r}(t) = (t, t^2 + 1)$, $t \in [0, 1]$, disegnare il sostegno γ di $\vec{r}(t)$ e calcolare il seguente integrale curvilineo

$$\int_{\gamma} \frac{\log y}{\sqrt{1 + 4x^2}} ds$$

Esercizio 9 Sia $\vec{r}(t) = (t, \cos t)$ $t \in [0, \pi/2]$, stabilire se \vec{r} è una curva regolare, indicato con γ il sostegno di \vec{r} calcolare il seguente integrale curvilineo

$$\int_{\gamma} y \sin x ds$$

Esercizio 10 Calcolare i seguenti integrali curvilinei

$\int_{\gamma} xy ds$ dove γ è il sostegno del quarto della circonferenza della circonferenza $x^2 + y^2 - 2y = 0$, $x \geq 0, y \geq 1$

$\int_{\gamma} \sqrt{1 - x^2 + y^2} ds$ dove γ è il sostegno della curva $\vec{r}(t) = (e^t \cos t, e^t \sin t)$
 $t \in [0, \pi]$

Esercizio 11 Sia $\vec{r}(t) = (t, t^2/2)$ $t \in [0, 1]$, stabilire se \vec{r} è una curva regolare e calcolare il seguente integrale curvilineo

$$\int_{\vec{r}} \frac{xy \sin y}{\sqrt{1 + x^2}} ds$$