

1 Corso di laurea in Chimica Industriale a.a.

2015 2016

1.1 ISTITUZIONI DI MATEMATICA II

SCHEDA 1

Esercizio 1 Risolvere i seguenti problemi di Cauchy e determinare l'intervallo di esistenza della soluzione

$$\begin{cases} y'(t) = 2t(1+y^2) \\ y(0) = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} y'(t) = e^{-y} \cos t \\ y(0) = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} y'(t) = \frac{1}{te^y} \\ y(1) = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} y'(t) = \frac{t}{t^2-1} y + t \\ y(2) = -1 \end{cases}$$

Esercizio 2 Risolvere i seguenti problemi di Cauchy

$$\begin{cases} y'(t) + 3y(t) = t \\ y(0) = 8/9 \end{cases} \quad \begin{cases} (t^2 + 1)y'(t) + 4ty(t) = 12t \\ y(0) = 3 \end{cases} \quad \begin{cases} y'(t) + ty(t) = 4t \\ y(0) = 2 \end{cases}$$
$$\begin{cases} y''(t) + y'(t) - 6y(t) = 0 \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} y''(t) + 2y'(t) + y(t) = 0 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} y''(t) + 2y'(t) + 5y(t) = 0 \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$$

Esercizio 3 Determinare l'integrale generale delle seguenti equazioni differenziali:

$$\begin{aligned} y''(t) - 2y'(t) &= 4 & y''(t) + y'(t) - 6y(t) &= 4e^{-2t} \\ y''(t) + 2y'(t) + y(t) &= 5e^{-3t} & y''(t) + y'(t) - 6y(t) &= te^{-t} \cos 2t \\ y''(t) + y'(t) - 2y(t) &= 12e^{-t} - 6e^t & y''(t) + 2y'(t) + y(t) &= 100 \cos 2t \end{aligned}$$

Esercizio 4 Siano $\vec{u} = (-1, 0, 1)$, $\vec{v} = (1, 2, 0)$, $\vec{w} = (0, 1, -1)$.

provare che i tre vettori costituiscono una base di \mathbf{R}^3 .

Determinare le coordinate del vettore $(-1, 0, 2)$ rispetto a tale base.

Esercizio 5 Date le seguenti coppie di vettori determinare $|\vec{u}|$, $|\vec{v}|$, $|\overrightarrow{u+v}|$,

1) $\vec{u} = (1, 2, 3)$, $\vec{v} = (2, -1, 2)$; 2) $\vec{u} = (-1, 0, 3)$, $\vec{v} = (-1, -2, 2)$;

3) $\vec{u} = (0, 1, 4)$, $\vec{v} = (0, -1, 1)$

Esercizio 6 Eseguire quando possibile la somma e il prodotto righe per colonne tra matrici e calcolare il determinante

1) $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -4 & -1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$;

$$2) A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Esercizio 7 Calcolare il determinante, e quando possibile la matrice inversa delle seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 7 & -1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -2 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -2 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Esercizio 8 Calcolare il rango delle seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 2 & 1 & 9 \\ 1 & 0 & 4 \\ 2 & 1 & 9 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 \\ -3 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 9 & 4 & 9 \\ -2 & -4 & -2 & -4 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & 3 \\ -1 & -3 & -1 & -3 \\ 3 & 9 & 3 & 9 \end{pmatrix}$$

Esercizio 9 Risolvere i seguenti sistemi lineari

$$\begin{cases} 3x + 3z = 0 \\ x + 4y + 3z = 2 \\ 2x - 4y = -1 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x + y + 4z = 4 \\ x + 3z = 5 \\ x - y + z = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} x - y + 2z = 4 \\ x + y + 3z + w = 2 \\ 2x - 4y + 3z - w = 10 \end{cases}$$

Esercizio 10 Determinare gli autovalori e gli autovettori delle seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 2 \\ -1 & 0 & 3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$