Il seguente Lemma da invece una condizione sufficiente estremamente importante:

LEMMA 1.2. *Sia $f(x,y)$ continua in $\Omega - P_0$ sia $\{\triangle_n\}$ una successione convergente a P_0: se esiste finito il limite*

$$\lim_{n\to\infty} \iint_{\Omega-\triangle_n} |f(x,y)|dxdy$$

allora

- *esiste, finito il limite $\lim\limits_{n\to\infty} \iint_{\Omega-\triangle_n^*} |f(x,y)|dxdy$ relativo a qualunque altra successione $\{\triangle_n^*\}$ convergente a P_0 ed ha lo stesso valore*
- *esiste finito, e indipendente dalla successione convergente a P_0, il $\lim\limits_{n\to\infty} \iint_{\Omega-\triangle_n} f(x,y)dxdy$*

Dimostrazione omessa, anche se non particolarmente difficile.

TEOREMA 1.3 (Una condizione sufficiente). *Sia $f(x,y)$ continua in $\Omega - P_0$ e riesca*

$$|f(x,y)| \leq \frac{M}{r^\alpha}, \quad \alpha < 2$$

avendo indicato con r la distanza del punto (x,y) da P_0.
Esiste allora il limite

$$\lim_{n\to\infty} \iint_{\Omega-C_n} |f(x,y)| \, dxdy$$

essendo C_n la successione di cerchi di centro P_0 e raggi $1/n$, successione convergente a P_0.
Allora (tenuto conto del precedente Lemma) esiste l'integrale improprio

$$\iint_\Omega f(x,y)dxdy$$

OSSERVAZIONE 1.4. *Si noti la somiglianza della condizione sufficiente del precedente teorema con quanto osservato nel caso unidimensionale: l'integrale improprio esiste anche in presenza di un punto di singolaritá con divergenza della funzione purché l'ordine di infinito che la funzione presenta in tale punto non sia troppo alto:*

- *basta che sia $\alpha < 1$ per gli integrali unidimensionali, quelli sulla retta,*
- *basta che sia $\alpha < 2$ per gli integrali doppi, quelli sul piano*
- *é immaginabile che sia $\alpha < 3$ per gli integrali tripli, quelli estesi a regioni dello spazio.*