1.2. Qual'é il segreto. Come mai in una dimensione sono integrabili le funzioni che presentano una divergenza in un punto con ordine minore di 1, in due dimensioni con ordine minore di 2, in tre dimensioni con ordine minore di 3 ?
Ricorrete per il calcolo dell'integrale doppio o triplo alle coordinate polari e sferiche, cfr. pagine 50 e 52, di centro il punto P_0 in cui la funzione diverge:

- nel caso dell'integrazione doppia $\int d\theta \int f(x,y)\rho d\rho$
- nel caso dell'integrazione tripla $\int \sin(\varphi)d\varphi \int d\theta \int f(x,y,z)\rho^2 d\rho$

Sono quei due fattori ρ e ρ^2 che compensano il grado di infinito di $f(x,y)$ o di $f(x,y,z)$ e consentono in dimensione 2 una divergenza della funzione di ordine < 2 e in dimensione 3 una divergenza di ordine < 3.

1.3. Qualche esempio. La funzione $f(x) = 1/|x|$ diverge avvicinandosi all'origine, ordine di infinito 1: l'area del suo sottografico

$$\int_{-1}^{1} \frac{1}{|x|} dx = \infty$$

é infinita.

La funzione $f(x,y) = 1/\sqrt{x^2+y^2}$ é analoga alla funzione precedente: diverge avvicinandosi all'origine e l'ordine di infinito é 1.
Il volume del suo sottografico

$$\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^1 \frac{1}{\rho}\rho d\rho = 2\pi$$

é finito.

La funzione $f(x,y) = 1/(x^2+y^2)$ diverge avvicinandosi all'origine con ordine di infinito 2.
Il volume del sottografico

$$\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^1 \frac{1}{\rho^2}\rho d\rho = \infty$$

é infinito.

La funzione $f(x,y,z) = 1/(x^2+y^2+z^2)$ diverge avvicinandosi all'origine con ordine di infinito 2.
La massa determinata da tale densitá

$$\int_0^{\pi} \sin(\varphi)d\varphi \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^1 \frac{1}{\rho^2}\rho^2 d\rho = 4\pi$$

é finita.