CAPITOLO 6

Integrali impropri doppi o tripli

1. Integrali impropri doppi o tripli

La questione

integrazione impropria $\iint_\Omega f(x,y)dxdy$

si pone in due casi almeno:

- la funzione continua $f(x,y)$ presenti un punto di singolaritá appartenente alla chiusura di Ω,
- Ω sia illimitato.

1.1. Primo caso. Ω sia limitato e la funzione diverga nel punto $P_0 \in \overline{\Omega}$

DEFINIZIONE 1.1. *Una successione $\triangle_n$ di intorni aperti del punto P_0 tale che:*

- $P_0 \in \triangle_n$
- $\triangle_{n+1} \subseteq \triangle_n$
- *per ogni successione infinitesima di numeri positivi $\{\epsilon_n\}$ detto $B(P_0, \epsilon_n)$ il cerchio di centro P_0 e raggio ϵ_n $\exists m_n$ tale che*

$$\triangle_m \subseteq B(P_0, \epsilon_n), \ \forall m \geq m_n$$

si dice convergente a P_0.

Se esiste il

$$\lim_{n\to\infty} \iint_{\Omega - \triangle_n} f(x,y)dxdy$$

e tale limite é indipendente dalla successione $\{\triangle_n\}$ presa, viene (naturalmente) assunto come valore dell'integrale improprio

$$\iint_\Omega f(x,y)dxdy$$

Una delle difficoltá presenti nella definizione precedente é l'indipendenza del limite dalla successione $\{\triangle_n\}$ convergente a P_0: per rispondere a tale richiesta di indipendenza bisognerebbe controllare tutte le diverse possibili successioni $\{\triangle_n\}$....
.... cosa da non finire mai !