Matematica III a.a. 205-2016
Scheda 5
Esercizi di preparazione per la prima prova in itinere
1) Siano

$$f(x,y) = \arcsin \frac{y-1}{x^2+2}, \qquad g(x,y) = \log(\frac{x-y}{xy})$$

Determinare e disegnare il dominio delle funzioni precisando se è aperto, chiuso, limitato o non limitato, connesso o non connesso. Calcolare la derivata direzionale di f nel punto (0,0) nella direzione individuata dal vettore (1,1).

2) Sia

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{e^{4y^3}-1+x^2+y^2}{x^2+y^2} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

a)f è continua in (0,0)?
b) f è derivabile parzialmente in (0,0)?
c)f è differenziabile in (0,0)?

3) Siano

$$f(x,y) = x^4 + x^2y^2 - 2x^2 + 2y^2 - 8; \quad g(x,y) = 3x^2 + 6x + 4y$$

a) determinare i punti critici di f e di g e stabilirne la natura.
b) calcolare il massimo ed il minimo assoluto di f nell'insieme C=$\{(x,y) \in \mathbf{R}^2; x^2+y^2 \leq 3\}$
c) calcolare il massimo ed il minimo assoluto di g nell'insieme chiuso C limitato dall'asse delle x e dalla parabola $y = 1/2x^2 - 2$

4) Classificare i punti critici della funzione $f(x,y,z) = xy + x^2z - x^2 - 2y - z^2$
5) Calcolare la lunghezza della curva di equazione polare $\rho = e^{a\theta} \quad \theta \in [0,1]$
6) Sia

$$\overrightarrow{r(t)} = (t + t^3/3, t^2) \qquad \text{t} \in [0,3]$$

stabilire se $\overrightarrow{r}$ è una curva regolare, scrivere l'equazione della retta tangente al sostegno della curva γ nel punto di coordinate (2/3,4) e calcolare il seguente integrale curvilineo

$$\int_\gamma (y-x)ds$$