MATEMATICA III
Scheda 4

1) Sia

$$f(x,y) = \sqrt{16 - x^2 - y^2}\frac{\log(x^2 + y^2 - 4)}{y - 3x - 1}$$

Determinare l'insieme di definizione di f, disegnarlo nel piano cartesiano; stabilire se è aperto, chiuso, connesso, limitato.

2) Sia

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{(x^2+y^2)\sin(x^2+y^2)+xy^2}{\sqrt{x^2+y^2}} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

Studiare la continuità, l'esistenza delle derivate parziali e la differenziabilità di f in (0,0). Studiare la differenziabilità di f in $\mathbf{R}^2 \setminus (0,0)$. Sia $\overrightarrow{v}$ $=(1/\sqrt{2}, -1/\sqrt{2})$ calcolare, se esiste, la derivata direzionale di f in (0,0).

3)Sia

$$f(x,y) = x^2 + y^2 - 2y$$

determinare il massimo ed il minimo di f nell'insieme K=$\{(x,y) \in \mathbf{R}^2; x^2 + y^2 \leq 4, y \geq 0\}$

4) Trovare e classificre i punti critici della funzione $f(x,y,z) = x^2 + y^3 + z^2 - xy - xz$

5) Calcolare la lunghezza della curva $\overrightarrow{r(t)} = (e^t \cos t, e^t \sin t) \quad t \in [-\pi/2, 0]$ e scrivere l'equazione della retta tangente nel punto corrispondente a t=-$\pi/4$

6) Calcolare il seguente integrale curvilineo

$$\int_\gamma \frac{4(x - y^2)}{y^2} ds$$

dove γ è il sostegno della curva $\overrightarrow{r(t)} = (e^t - t, 4e^{t/2}) \quad t \in [0,1]$