MATEMATICA III
Scheda 3

1)Sia f:$\mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$ una funzione differenziabile e si consideri la funzione $F(t) = f(t^2-1, e^t)$. Sapendo che $grad\ f(0,e)$ =(2,1), calcolare F'(1)

2) Siano

$$f(x,y) = x^3y^2(1-x-y),\ g(x,y) = 24x^4+3y^4-(x-y)^2,\ h(x,y) = x^3+2x^2+x+y^3+2y^2+y$$

trovare i punti critici di f ,di g e di h e stabilirne la natura.

3) Sia

$$f(x,y,z) = x^2y + y^2z + z^2 - 2x$$

trovare i punti critici di f e stabilirne la natura.

4) Trovare il massimo e il minimo assoluti della funzione

$$f(x,y) = xe^{-x^2-y^2} \text{ nell'insieme } D = \left\{(x,y) \in \mathbf{R}^2; x^2+y^2 \leq 1\right\}$$

5) Determinare per quali valori di $\alpha \neq 1$ l'origine è un punto di minimo locale per la funzione

$$f(x,y) = e^{xy+y} - \sin y\ - \alpha \cos x.$$

6) Data la curva $\overrightarrow{r(t)} = (e^{t-1}+1, \log t + t), t \in [1/2, 2]$ determinare il vettore tangente ed il vettore normale a r nel punto (2,1).

7) Calcolare la lunghezza del sostegno della curva $\overrightarrow{r(t)} = (10t+25, t+5)$ t$\in [-5, 0]$