**1)** Stabilire per quali valori del parametro reale a la funzione

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{(1+x^2)(1+y^2)-1}{(x^2+y^2)^a} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

i) f è continua in (0,0)
ii) f è derivabile lungo ogni direzione in (0,0)
iii) f è differenziabile in (0,0).
**2)** Data la funzione

$$f(x,y) = y\sqrt{|x|} \ + 2x$$

i) dimostrare che f è differenziabile in (0,0) e scrivere l'equazione del piano tangente al grafico di f in (0,0,0),
ii) per quali valori $(x,y) \neq (0,0)$ esistono entrambe le derivate parziali $f_x$, e $f_y$.
**3)** Sia f$\in C^1(\mathbf{R}^2)$. Trovare la derivata della funzione

$$F(t) = f(\cos t, \log t), \ \ \text{t>0}$$

**4)** Scrivere il polinomio di Taylor di ordine n=2 e punto iniziale (0,0) delle funzioni
$f(x,y) = e^x \cos y, \quad g(x,y) = \cos(x+y) \quad h(x,y) = sen(x^2+y^2),$
$k(x,y) = sen(2x+y+5x^2+4xy+3y^2)$
**5)** Determinare i coseni direttori della retta normale alla superficie grafico della funzione f(x,y)=x$^y$ nel punto (1,1,1)

**6)** Studiare i segno della forma quadratica al variare del parametro reale a

$$Q(h,k) = ah^2 + 4hk + (a-3)k^2$$

**7)** Trovare i punti critici e classificarli per le seguenti funzioni

$$\begin{aligned} f(x,y) &= x^2 - 2x + y^4 + y^2 \qquad g(x,y) = x^4 + y^4 - 2(x-y)^2 + 2 \\ h(x,y) &= x^4 + y^3 - 4x^2 - 3y^2 \end{aligned}$$

.