MATEMATICA III a.a 2015-2016

Scheda 1

1) Trovare il dominio delle seguenti funzioni, disegnarlo nel piano xy e dire se è aperto, chiuso, limitato, connesso

$$f(x,y) = \arcsin(xy-y-2x) \qquad g(x,y)=\sqrt{y-x}\log(y-x^2)$$

$$h(x,y) = \frac{\sqrt[2]{(x^2-2x-y)(x^2-2x+y)}}{(2x-3)^2+(2y-1)^2}+\ln\frac{x+1}{2-x} \qquad k(x,y)=\log(x^2-9)lo0g(x+3y-6)$$

2) Rappresentare nel piano gli insiemi di livello delle funzioni

$$f(x,y) = x^2-y$$
$$g(x,y) = e^{x^2+y^2-4}$$

3)Disegnare nel piano gli insiemi seguenti e riconoscere se sono aperti o chiusi , se sono limitati .

$E_1 = \{(x,y); x^2+y^2<4\} \cap \{|x|>1/2\}$

$E_2 = \{(x,y); 0<y<4\} \cap \{y \neq x/2\}$

$E_3 = \{(x,y); x^2/4+y^2/9<1\}$

4) Sia

$$f(x,y)=y\ln(x+1) \text{ e } g(x,y)=\sqrt{2y-x^2}$$

determinare il dominio di f, g, f+g, f/g

5) Sia

$$f(x,y)=\frac{arctg(x^2-xy)}{x^2(x^2-y^2)}$$

determinare il dominio e calcolare se esistono i limiti di f(x,y) per (x,y)$\rightarrow (0,0)$ e per (x,y)$\rightarrow (1,1)$

6) Sia

$$f(x,y)=\begin{cases} \frac{x^2}{x^2+|y|} & (x,y)\neq(0,0) \\ 0 & (x,y)=(0,0) \end{cases}$$

Studiare la continuità di f in $\mathbf{R}^2$

7) Delle seguenti funzioni studiare se è possibile prolungarle per continuità in (0,0). Trovare, se esistono, le derivate parziali delle funzioni prolungate. Dire se sono differenziabili in (0,0)

e calcolare se esiste in (0,0) la derivata direzionale nella direzione $(\sqrt{2}/2, -\sqrt{2}/2)$

$$f(x,y)=\frac{2x^3+x^2y^2+2xy^2+4y^5}{x^2+y^2}, \qquad g(x,y)=\frac{xy}{x^2+3y^2}, \qquad h(x,y)=\frac{xy-\sin xy}{x^2+y^2}$$

8)Calcolare le derivate parziali di $f(x,y)=x^3e^{x^2-y^2}$ Studiare la differenziabilità di f(x,y) in $\mathbf{R}^2$.Trovare l'equazione del piano tangente al graficodi f nel punto di coordinate (1,1,f(1,1)).