PROGRAMMA DI ANALISI MATEMATICA 2 (A.A. 2015-2016)

Prof. F. Pacella

1. FUNZIONI REALI DI PIÚ VARIABILI - Limiti e continuitá per funzioni reali di piú variabili - Aperti connessi in $\mathbb{R}^n$, ogni aperto connesso é connesso per poligonali (dim. fac.) - Teorema dei valori intermedi per funzioni continue in aperti connessi - Derivate direzionali, derivate parziali, definizione di vettore gradiente , la derivabilitá in tutte le direzioni non implica la continuitá - Differenziabilitá , approssimazione lineare e definizione di iperpiano tangente - Ogni funzione differenziabile é continua e derivabile in tutte le direzioni, formula per calcolare le derivate direzionali tramite il vettore gradiente - Teorema del differenziale totale : ogni funzione di classe C^1 é differenziabile (ma non vale il viceversa) - Teorema di derivazione delle funzioni composte (senza dim.) , funzioni con gradiente nullo in aperti connessi - Derivate di ordine superiore, matrice hessiana - Teorema di Schwarz sull'inversione dell'ordine di derivazione (senza dim.) - Forme quadratiche e loro segno , studio del segno delle forme quadratiche in due variabili - Formula di Taylor al secondo ordine con il resto secondo Lagrange (dim. fac.) e secondo Peano (senza dim.) - Punti critici o stazionari , estremi relativi o locali e punti di sella - Teorema di Fermat - Condizioni necessarie e/o sufficienti affinché un punto critico sia un estremo locale o un punto di sella - Funzioni omogenee, Teorema di Eulero - Funzioni convesse e strettamente convesse, varie definizioni e loro equivalenza - I sottolivelli di funzioni convesse sono insiemi convessi, ma il viceversa non vale - Condizioni del I e II ordine necessarie e/o sufficienti per la convessitá - Ogni funzione convessa in un aperto convesso é continua (dim. fac.) - Ogni punto critico di una funzione convessa é un punto di minimo assoluto, unicitá del punto critico di una funzione strettamente convessa - Funzioni definite mediante integrali , teorema di derivazione sotto il segno di integrale (dim. fac.).

2. FUNZIONI VETTORIALI - Funzioni a valori vettoriali (di una o piú variabili), limiti e continuitá - Derivabilitá, differenziabilitá , matrice jacobiana, teorema del differenziale totale (senza dim.) , punti regolari o singolari - Teorema di derivazione delle funzioni composte (senza dim.) - Teorema di differenziabilitá delle funzioni inverse - Trasformazioni di coordinate, coordinate polari nel piano, coordinate sferiche e cilindriche in $\mathbb{R}^3$ - Teorema di Lagrange in forma debole - Teorema di invertibilitá locale.

3. CURVE IN $\mathbb{R}^n$ - Definizione di curva continua e curva regolare o regolare a tratti, vettore velocitá e versore tangente, velocitá scalare - Curve piane che corrispondono a grafici di funzioni di una variabile e curve piane rappresentabili in coordinate polari - Lunghezza di una curva e curve rettificabili - Teorema di rettificabilitá delle curve di classe C^1 - Cambiamenti di parametrizzazione e curve equivalenti - Invarianza della lunghezza di una curva regolare per curve equivalenti - Ascissa curvilinea - Integrale curvilineo (o di prima specie) di funzioni di piu' variabili - Invarianza dell'integrale curvilineo su curve equivalenti.

4. FUNZIONI IMPLICITE E ESTREMI VINCOLATI - Funzioni implicite , Teorema del Dini per equazioni in due variabili (con dim.) o in n variabili (senza dim.) , Teorema del Dini nel caso generale di sistemi di equazioni (dim. fac.) , studio di insiemi di livello di funzioni - Estremi vincolati per funzioni a valori reali - Funzione lagrangiana e Teorema del moltiplicatore di Lagrange per vincoli definiti da equazioni scalari (dim. nel caso bidimensionale) - Teorema dei moltiplicatori di Lagrange per vincoli definiti da sistemi di equazioni (dim. fac.) - Studio dei minimi e massimi assoluti di funzioni reali di piú variabili.

5. FORME DIFFERENZIALI LINEARI - Forme differenziali lineari esatte e campi vettoriali conservativi - Forme differenziali chiuse, ogni forma differenziale esatta e di classe C^1 é chiusa - Integrali curvilinei di forme differenziali - Condizione necessaria e sufficiente affinché una forma differenziale sia esatta in aperti connessi - Ogni forma chiusa in aperti stellati é esatta - Curve omotope e definizione di aperti semplicemente connessi, ogni forma differenziale chiusa in un aperto semplicemente connesso é esatta (dim. fac.).

6. MISURA E INTEGRALE DI LEBESGUE - Misura di intervalli, plurirettangoli, aperti e compatti in $\mathbb{R}^n$ - Misura interna ed esterna, insiemi misurabili secondo Lebesgue - Proprietá della misura rispetto alla differenza, all'unione e all'intersezione di insiemi (senza dim.) - Additivitá e subadditivitá numerabile - Insiemi di misura nulla, insieme e funzione di Cantor (dim.fac.) - Esempio di un insieme non misurabile (dim. fac.) - Misurabilitá di insiemi non limitati (o di misura infinita) - Misura nei prodotti cartesiani (senza dim.) - Funzioni semplici e loro integrali - Definizione di sommabilitá per funzioni limitate in insiemi limitati - Funzioni misurabili e loro proprietá (senza dim.) - Caratterizzazione delle funzioni misurabili tramite il sottografico - Sommabilitá delle funzioni limitate e misurabili in insiemi limitati - Significato geometrico dell'integrale di funzioni non negative (dim. fac.) - Integrale per funzioni non limitate o in insiemi non limitati : sommabilitá e integrabilitá - Integrali su insiemi di misura nulla e di funzioni nulle quasi ovunque (senza dim.) - Ogni funzione sommabile é quasi ovunque finita (dim. fac.) - Teorema di Beppo Levi , Lemma di Fatou e Teorema di Lebesgue (o della convergenza dominata) - Teorema di Fubini (senza dim.) - Cambiamento della misura per diffeomorfismi (dim. fac. nel caso di diffeomorfismi lineari) - Teorema di cambiamento di variabili negli integrali - Teorema di derivazione sotto il segno di integrale.

7. SUPERFICI E TEOREMA DELLA DIVERGENZA - Superfici parametriche regolari in $\mathbb{R}^3$ - Piano tangente e versore normale - Superfici equivalenti - Area di una superficie e integrali di superficie, loro invarianza per superfici equivalenti (senza dim.) - Superfici orientabili e superfici con bordo - Formule di Gauss-Green per domini regolari del piano, formula di Stokes e teorema della divergenza - Applicazioni delle formule di Gauss-Green nel piano : calcolo di aree, forme differenziali chiuse in aperti semplicemente connessi, formule di integrazione per parti - Formula di Stokes in $\mathbb{R}^3$ (senza dim.) e Teorema della divergenza in $\mathbb{R}^n$ (senza dim.).

Le dimostrazioni dei teoremi relativi agli argomenti dei punti 1-7 fanno parte del programma a meno che non sia esplicitamente indicato il contrario. La notazione (dim. fac.) significa che la dimostrazione a cui si riferisce é facoltativa.

Gli argomenti in programma si possono trovare in quasi tutti i testi di Analisi Matematica. Per la parte sulla misura e integrale di Lebesgue si consiglia il testo di E. Giusti, sugli altri argomenti alcuni libri a cui riferirsi potrebbe essere i seguenti:

C.Pagani - S.Salsa, Analisi Matematica 1 e 2 , Zanichelli

N.Fusco - P.Marcellini - C.Sbordone, Analisi Matematica due , Liguori

E.Giusti, Analisi Matematica 2 , Boringhieri