

Esonero Analisi Matematica II del 18/1/16

1. (10 pt) Data la forma differenziale

$$\omega(x, y) = \frac{1}{(x + 2 - y^2)^2} [-dx + 2y dy]$$

e la curva

$$\gamma(t) = (\sin^2 t, \cos^3 t) \quad t \in [0, \pi]$$

si calcoli

$$\int_{\gamma} \omega.$$

2. (7 pt) Si dica per quali valori del parametro reale $\alpha > 0$ la funzione

$$f(x, y, z) = \frac{1}{z^\alpha}$$

è sommabile nell'insieme

$$D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 0 < z < 1, x^2 + y^2 < z^4\}$$

e si calcoli per tali valori

$$\int \int \int_D f(x, y, z) dx dy dz.$$

3. (7 pt) Dato il campo vettoriale

$$F(x, y) = (0, y \log(xy))$$

si calcoli tramite un integrale doppio

$$\int_{\partial D^+} F = \int_{\partial D^+} y \log(xy) dy$$

dove

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \leq 3, 0 \leq y \leq 1, y \leq \log x\}.$$

4. (8 pt)

i. Si calcoli

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{\sin x}{x} \right)^n dx;$$

ii. si verifichi che la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\sin x}{x} \right)^n$$

converge q.o. ad una funzione g misurabile in \mathbb{R} ;

iii. si mostri che g non è sommabile in \mathbb{R} .