Analisi II, a.a. 2015-2016 – Esercizi 8 – 10 dicembre 2015

Esercizio 1: Calcolare i seguenti integrali

$$\iint_D \frac{1}{1+y}, \qquad \iint_T \frac{1}{x+y+3}$$

con $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : y^2 \le x \le \sqrt{y},\ 0 \le y \le 1\}$ e T il triangolo di vertici $(0,0)$, $(1,1)$, $(3,1)$.

Esercizio 2: Calcolare i seguenti integrali

$$\int_1^2 \left(\int_1^2 y e^{xy}\, dy \right) dx \qquad \iint_\Omega e^{\frac{y}{x}}$$

dove $\Omega = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \,:\, 0 \le y \le 2,\ \frac{y}{2} \le x \le \min(y,1)\}$.
(Suggerimento: se non ci riuscite chiedete aiuto a Fubini...)

Esercizio 3: Calcolare, usando le coordinate polari

$$\iint_\Omega 10xy^2 + x$$

dove $\Omega = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \,:\, 1 \le x^2 + y^2 \le 4,\ |y| \le x,\ x \ge 0\}$

Esercizio 4: Calcolare, usando le coordinate polari, l'area della regione

$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \,:\, x^2 + y^2 - 4x < 0,\ 0 \le y \le \sqrt{3}x\}$$

Esercizio 5: Calcolare l'integrale

$$\iint_\Omega xy^2$$

dove $\Omega = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \,:\, 1 \le x^2 + 2y^2 \le 1,\ x < 0,\ y > 0\}$

Esercizio 6: Calcolare, per fili, la misura del seguente insieme:

$$E = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \,:\, 2x^2 + 2y^2 \le z \le 1 + x^2 + y^2\}.$$

Esercizio 7: Calcolare, per strati, il seguente integrale triplo:

$$\iiint_F z$$

dove $F = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \,:\, x,y,z \ge 0, x+y+z \le 2\}$.

Esercizio 8: Calcolare, usando le coordinate sferiche

$$\iiint_\Omega \frac{x^2}{x^2+z^2}$$

dove $\Omega = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \,:\, 1 < x^2 + y^2 + z^2 < 2, y > 0\}$.

Esercizio 9: Calcolare, usando le coordinate cilindriche,

$$\iiint_\Omega \frac{z+1}{1+x^2+y^2}$$

dove $\Omega = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \,:\, x^2 + y^2 < 1, 0 \le z \le 1\}$.