Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2015/16

Analisi (L. Fanelli - M. Marchi - A. Pisante - P. Vernole)

Prova scritta – 17 febbraio 2016 – **I**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sará assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $a_n = (\frac{1}{2})^n - (\frac{1}{1+\sqrt{5}})^n$.

1A	$\sum_n a_n$ é a termini positivi	**V**	F
1B	$\sum_n a_n$ non é convergente	V	**F**
1C	la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ha somma $1 - \frac{1}{\sqrt{5}}$	**V**	F
1D	la serie $\sum_n a_n^2$ converge	**V**	F

3. Sia $f\colon \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ data da $f(x) = \int_1^x t^2 e^{(t-1)^2}\,dt$.

3A	f é nonnegativa	V	**F**
3B	f é crescente	**V**	F
3C	$f(x)$ ha in $x = 1$ un punto di flesso	V	**F**
3D	$f(x) \geq x - 1 \quad \forall x \geq 0$	**V**	F

2. Sia $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x} & x \in (0, \frac{\pi}{2}] \\ 2x+1 & x \in [-1, 0] \end{cases}$;

2A	$f(x)$ è integrabile in $[-1, \frac{\pi}{2}]$	**V**	F
2B	$f(x)$ è derivabile in $]-1, \frac{\pi}{2}[$	V	**F**
2C	$f(x)$ soddisfa le ipotesi del teorema di esistenza degli zeri in $[-1, \frac{\pi}{2}]$	**V**	F
2D	$f(x)$ soddisfa le ipotesi del teorema di Rolle in $[-1, \frac{\pi}{2}]$	V	**F**

4. Siano $f(x) = \pi \log(x) + \sin(\pi x)$ e $P(x) = -\frac{\pi}{2}(x-1)^2$

4A	$P(x)$ é il polinomio di Taylor di f di ordine 2 centrato in 1	**V**	F
4B	$f(x) - P(x) = o(x^2)$	V	**F**
4C	$f(x) = P(x) + o((x-1)^3)$	V	**F**
4D	$\lim_{x\to 1} \frac{f(x)-P(x)}{\sin^2(x-1)} = -\frac{\pi}{6}$	V	**F**

5. Data $f(x) = |x|e^{\frac{x-1}{x-2}}$, studiare

(i) (2 punti) dominio e limiti agli estremi degli intervalli in cui é definita

(ii) (3 punti) derivabilità, monotonia, estremi relativi ed assoluti

(iii) (1 punto) il grafico

(iv) (2 punti) il numero di soluzioni positive ed il numero di soluzioni negative dell'equazione $f(x) = 36$.

6. Data l'equazione differenziale

$$u' + \frac{u}{t+1} = (t+3)\,e^t \qquad (*)$$

(i) trovarne tutte le soluzioni

(ii) trovare tutte le soluzioni tali che $u(0) = 2$ e dire qual'é il loro dominio

(iii) dire se tali soluzioni sono monotone in un intorno di $x_0 = 0$

(iv) dire se esistono soluzioni per cui esiste finito $\lim_{t \longrightarrow -1} u(t)$.

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2015/16

Analisi (L. Fanelli - M. Marchi - A. Pisante - P. Vernole)

Prova scritta – 17 febbraio 2016 – **II**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sará assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $a_n = (\frac{1}{\sqrt{5}-1})^n - (\frac{1}{4})^n$.

1A	$\sum_n a_n$ é a termini positivi	V	F
1B	$\sum_n a_n$ é convergente	V	F
1C	la serie $\sum_n a_n^2$ non converge	V	F
1D	la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ha somma $\frac{1}{\sqrt{5}-2} - \frac{1}{3}$	V	F

3. Sia $f\colon \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ data da $f(x) = \int_1^x t^2 e^{(t^2-1)} dt$.

3A	f é crescente	V	F
3B	f é nonnegativa	V	F
3C	$f(x)$ ha in $x = 1$ un punto di flesso	V	F
3D	$f(x) \geq x - 1 \quad \forall x \geq 0$	V	F

2. Sia $f(x) = \begin{cases} \frac{1-\cos x}{x^2} & x \in (0, \pi] \\ \frac{3x+1}{2} & x \in [-1, 0] \end{cases}$;

2A	$f(x)$ soddisfa le ipotesi del teorema di esistenza degli zeri in $[-1, \pi]$	V	F
2B	$f(x)$ è derivabile in $]-1, \pi[$	V	F
2C	$f(x)$ è integrabile in $[-1, \pi]$	V	F
2D	$f(x)$ soddisfa le ipotesi del teorema di Rolle in $[-1, \pi]$	V	F

4. Siano $f(x) = \frac{\pi}{2} \, log(x) + \cos(\frac{\pi}{2} \, x)$ e $P(x) = -\frac{\pi}{4}(x-1)^2$

4A	$P(x)$ é il polinomio di Taylor di f ordine 2 centrato in 1	V	F
4B	$f(x) = P(x) + o(x^2)$	V	F
4C	$f(x) - P(x) = o((x-1)^3)$	V	F
4D	$\lim_{x\to 1} \frac{f(x)-P(x)}{1-\cos(x-1)} = -\frac{\pi}{2}$	V	F

5. Data $f(x) = |x|e^{\frac{x-1}{x+3}}$, studiare

(i) (2 punti) dominio e limiti agli estremi degli intervalli in cui é definita

(ii) (3 punti) derivabilità, monotonia, estremi relativi ed assoluti

(iii) (1 punto) il grafico

(iv) (2 punti) il numero di soluzioni positive ed il numero di soluzioni negative dell'equazione $f(x) = \frac{1}{5}$.

6. Data l'equazione differenziale

$$u' + \frac{u}{t-1} = (t+1)\,e^t \qquad (*)$$

(i) trovarne tutte le soluzioni

(ii) dire se esistono soluzioni per cui esiste finito $\lim_{t\longrightarrow 1} u(t)$

(iii) trovare tutte le soluzioni tali che $u(0) = 2$ e dire qual' é il loro dominio

(iv) dire se tali soluzioni sono monotone in un intorno di $x_0 = 0$.