Esercizi sulle serie

Esercizio 1. Dire se le seguenti serie sono convergenti, e, in caso affermativo, calcolarne la somma

$$\sum_{n=0}^{+\infty}(\frac{2^{2n}}{9^n}) \quad \sum_{n=3}^{+\infty}(-1)^n(\frac{2^{2n}}{9^n})$$

□

Esercizio 2. Dire per quali valori del parametro reale a la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty}(\frac{a+3}{5-a})^n$$

converge e, per tali valori, calcolarne la somma.

□

□

Esercizio 3. Si studi il carattere della sguenti serie. (Si verifichi di poter utilizzare i criteri che si useranno.)

$$\sum_{n=1}^{+\infty} n \sin\frac{1}{n^2} \quad \sum_{n=1}^{+\infty} \sin^2 n \sin\frac{1}{n^2}$$

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{e^{\frac{1}{n}}-1}{n} \quad \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{e^{\frac{1}{n}}}{n}$$

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \log\frac{n^2+2n}{n^2-1} \quad \sum_{n=2}^{+\infty} \log\frac{n^2+2}{n^2-1}$$

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \sqrt{n^4+n^2+1} - n\sqrt{n^2+1} \quad \sum_{n=1}^{+\infty} \sqrt{n^4+1} - n\sqrt{n^2+1}$$

□

Esercizio 4. Si dica a quali delle seguenti serie si può applicare il criterio di Leibniz e quali convergono.

$$\sum_{n=1}^{+\infty}(-1)^n \log(1+\frac{1}{n}) \quad \sum_{n=0}^{+\infty}(-1)^n(\frac{\pi}{2}-\arctan n)$$

$$\sum_{n=1}^{+\infty}(-1)^n\left(\frac{1}{\sqrt{n}}+\frac{(-1)^n}{n}\right) \quad \sum_{n=1}^{+\infty}\frac{(-1)^n}{n+(-1)^n}$$

□

Esercizio 5. Si trovi l'insieme dei punti $x \in \mathbb{R}$ in cui le seguenti serie

- convergono assolutamente,

-convergono solo semplicemente.

-Si trovi un insieme in cui le serie divergono.

$$\sum_{n=0}^{+\infty}\frac{x^n}{n!} \quad \sum_{n=1}^{+\infty}\frac{x^n}{n} \quad \sum_{n=1}^{+\infty}\frac{x^n}{n^2} \quad \sum_{n=0}^{+\infty}n^n x^n \quad \sum_{n=0}^{+\infty}\frac{n^n}{n!}x^n.$$

$$\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{(x-2)^n}{3n} \quad \sum_{n=1}^{+\infty}\frac{(x+1)^n}{3^n n^2}.$$

□

Esercizio 12. Si dica quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali sono false, fornendo, in questo secondo caso, un controesempio.

1) Se la serie $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$ é convergente allora la successione (a_n) é convergente.

2) Se la serie $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$ é convergente e $a_n \geq 0$ definitivamente, allora la successione (a_n) é definitivamente monotona.

□