

Limiti

Esercizio 6. Si calcolino i seguenti limiti

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 + x^2}{2x^3 - x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 + x^2}{2x^3 - x}$$

□

Esercizio 7. Si calcolino i seguenti limiti

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\left(\frac{1}{3}\right)^x}{\left(\frac{1}{4}\right)^x}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3^x}{7^x}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3^x - 2^{2x+1}}{2^{2x-2} - 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3^x - 2^{2x+1}}{2^{2x-2} - 3^x}$$

Esercizio 10. Utilizzando la conoscenza dei seguenti limiti (gerarchie degli infiniti)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log x}{x} = 0,$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{e^x} = 0,$$

si dimostri

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x \log x = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x e^x = 0$$

□

Esercizio 11. Si calcolino i seguenti limiti

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 2^x - \log x}{3^x + 10x^7},$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + (\frac{1}{2})^x}{3^x + 10x^7}.$$

□

Esercizio 12. Si calcolino i seguenti limiti

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\cos x}{3^x + 10x^7}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + \sin x}{3^x - \cos x^2}.$$

□

Esercizio 13. Si calcolino i seguenti limiti

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^x \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} x^x$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^{\frac{1}{x}} \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} x^{\frac{1}{x}}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{x}\right)^{\frac{1}{x}} \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{x}\right)^{\frac{1}{x}}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{x}\right)^x \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{x}\right)^x.$$

□

Esercizio 14. Si calcolino i seguenti limiti

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{x^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x^2}\right)^x$$

□

Esercizio 15. Si calcoli il limiti della seguente successione

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{2n^3}\right)^{n^2}$$

□

Esercizio 16. Si calcolino i seguenti limiti

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log_{10}(1+x)}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{10^x - 1}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^{\frac{1}{3}} - 1}{2x}$$

□

Esercizio 17. Si dica se esistono i seguenti limiti e, in caso affermativo, si calcolino

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin x}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin \frac{1}{x}}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x \sin x$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x \sin \frac{1}{x}$$

□

Esercizio 18. Si dica se esistono i seguenti limiti e, in caso affermativo, si calcolino

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1+x)}{x^3}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1+x^3)}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1+3x)}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1+x)}{\sin x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1+x^2)}{1-\cos x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin x} - 1}{\log(1+3x)}$$

□

Esercizio 19. Si calcolino i seguenti limiti

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{x - \frac{\pi}{2}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(\frac{\pi}{2}x) - 1}{x - 1}$$

□

Esercizio 20. Si calcolino i seguenti limiti

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^{x^2} - 1) \log(1+x)}{x(1-\cos x)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^{2x} - 1) \sin x^2}{(e^x - 1)(1 - \cos x)}$$

□

Esercizio 21. Si trovi $\alpha \in \mathbb{R}$ tale che

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \log(\cos x)}{\sin^\alpha x} = l$$

con $l \in \mathbb{R}$ e $l \neq 0$.

□

Esercizio 22. Si calcolino i seguenti limiti

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1 - \log(1+x^2)}{x + 1 - \cos x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - \cos x}{\sqrt{x} + \sin x}$$

□

Esercizio 23. Si trovino $\alpha, l \in \mathbb{R}$ e tali che per $x \rightarrow 0$ risulti

$$(\tan x - \sin x) \sim lx^\alpha$$

□