Nelle dispense.

Pg. 20: correggere la Proposizione 4.1 nel seguente modo:

Proposizione 4.1. Valgono le seguenti implicazioni

$$0 \leq x \leq \varepsilon \quad \forall \varepsilon > 0 \tag{1}$$
$$\Rightarrow x = 0.$$

per ogni $c > 0$

$$0 \leq x \leq \frac{c}{n} \quad \forall n \in \mathbb{N} \tag{2}$$
$$\Rightarrow x = 0.$$

Dimostrazione Supponiamo per assurdo che x soddisfi (1) e sia $x > 0$, scegliendo $\varepsilon = \frac{x}{2}$, si arriva ad una contraddizione, infatti

$$0 < \frac{x}{2} < x \leq \frac{x}{2}.$$

Per ogni $\varepsilon > 0$, anche $\frac{1}{\varepsilon} > 0$. Per l'assioma di Archimede, per ogni $\varepsilon > 0$, esiste $n \in \mathbb{N}$ tale che

$$\frac{c}{\varepsilon} < n$$

da cui segue

$$\frac{c}{n} < \varepsilon$$

e quindi, se x soddisfa le ipotesi (2), soddisfa anche (1).

Pg. 89: correggere la parte in cui si parle delle conseguenze dell'assioma di Archimede nel seguente modo:

Si ricordi che una delle conseguenze dell'assioma di Archimede é:

per ogni $c > 0$

$$0 \leq x \leq \frac{c}{n} \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad \Rightarrow x = 0$$

Pg. 90: nella Dimostrazione del Corollario 5.1. sostituire a

"Dato che la successione $b_n - a_n$ é infinitesima, per ogni $\varepsilon > 0$, si ha

$$0 \leq x_1 - x_0 < b_n - a_n < \varepsilon$$

per ogni n suffcientemente grande. In definitiva, per ogni $\varepsilon > 0$, si ha $0 < x_1 - x_0 < \varepsilon$ da cui segue $x_0 = x_1$, che conclude la prima parte del Teorema."

con

"Dato che

$$b_n - a_n = \frac{b-a}{2^n} < \frac{b-a}{n}$$

e che

$$0 \leq x_1 - x_0 < b_n - a_n \quad \text{per ogni } n \in \mathbb{N},$$

si ha

$$0 \leq x_1 - x_0 < \frac{b-a}{n} \quad \text{per ogni } n \in \mathbb{N},$$

e quindi, per l'assioma di Archimede, $x_1 - x_0 = 0$ da cui segue $x_0 = x_1$, che conclude la prima parte del Teorema."