

LABORATORIO DI PROGRAMMAZIONE E CALCOLO

Corso Prof. Biancamaria Della Vecchia (I canale) a.a. 2015/2016

Foglio di esercizi (N. 8)

1. Si consideri il sistema di equazioni lineari 3×3 $Ax = b$, con

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -2 & 4 & 1 \\ 1 & 2 & 5 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

- (a) Si calcoli la norma infinito della matrice A (Def. $\|A\|_\infty = \max_i \sum_j |a_{ij}|$);
- (b) si scriva esplicitamente la matrice di iterazione del metodo di Jacobi per la soluzione del sistema;
- (c) si calcoli a mano il vettore x_2 ottenuto dal metodo di Jacobi partendo da x_0 uguale al vettore nullo;
- (d) si stimi a priori il numero di iterazioni necessarie per ottenere una soluzione che in norma infinito disti da quella esatta per meno di 10^{-2} .
2. Scrivere un programma che implementa il metodo di Jacobi e usarlo per calcolare la soluzione del sistema di equazioni $Ax = b$, con

(a)

$$A = \begin{pmatrix} 12 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 12 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 12 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 12 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 12 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 16 \\ 16 \\ 16 \\ 16 \\ 16 \end{pmatrix}$$

Soluzione: $x^T = (1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1)$.

(b)

$$A = \begin{pmatrix} 22 & 1 & 2 & 3 & 4 & 1 \\ 1 & 19 & 1 & 2 & -3 & 1 \\ 2 & 3 & 28 & -7 & -2 & 2 \\ 3 & -1 & 2 & 18 & 2 & -1 \\ 2 & 3 & 2 & 1 & 27 & -1 \\ 1 & 1 & -2 & -2 & -3 & 31 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 33 \\ 21 \\ 26 \\ 23 \\ 34 \\ 26 \end{pmatrix}$$

Soluzione: $x^T = (1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1)$.

3. Si consideri il sistema di equazioni lineari 3×3 $Ax = b$, con

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 3 & -1 & -3 \\ -1 & -8 & 2 \end{pmatrix}, \quad b = (4 \ -1 \ 9).$$

Si risolva il sistema con il metodo delle eliminazioni di Gauss, scrivendo tutte le matrici e i termini noti della riduzione, passaggio per passaggio, fino al calcolo della soluzione. La soluzione del sistema è $x^T = (1, -1, 1)$.

4. Scrivere un programma che calcola mediante il metodo delle eliminazioni di Gauss la soluzione dei sistemi 2(a) e 2(b).