Soluzione della prova in itinere di Fisica Generale II del 14 gennaio 2016
Proff. G. Amelino-Camelia e S. Caprara

1. Si ha

$$i_{tot} = \int_0^a j_z(r)\, 2\pi r\, \mathrm{d}r = \frac{\pi\gamma a^4}{2}.$$

2. Per la simmetria del problema $\boldsymbol{B} = B_\theta(r)\hat{\boldsymbol{\theta}}$, con

$$B_\theta(r) = \frac{\mu_0 i_{conc}(r)}{2\pi r},$$

e

$$i_{conc}(r) = \int_0^r j_z(s)\, 2\pi s\, \mathrm{d}s.$$

Per $r \leq a$ si trova

$$i_{conc}(r) = \frac{\pi\gamma r^2}{2}\left(2a^2 - r^2\right),$$

mentre per $r > a$, $i_{conc}(r) = i_{tot}$ è indipendente da r e si ritrova la legge di Biot-Savart. Quindi

$$\boldsymbol{B} = \frac{\mu_0\gamma}{4}\left(2a^2 - r^2\right) r\, \hat{\boldsymbol{\theta}}, \quad \text{per } r \leq a, \qquad \boldsymbol{B} = \frac{\mu_0\gamma a^4}{4r}\hat{\boldsymbol{\theta}}, \quad \text{per } r > a.$$

3. Si indichi con $\bar{r} = a + v_r t$ la generica posizione del lato della spira più vicino all'asse z. Nelle ipotesi del problema $\bar{r} \geq a$ e il flusso del campo magnetico attraverso la spira è

$$\Phi = -\int_{\bar{r}}^{\bar{r}+a} B_\theta(r)\, a\, \mathrm{d}r = -\frac{\mu_0\gamma a^5}{4}\ln\left(1 + \frac{a}{\bar{r}}\right).$$

La corrente indotta nella spira ha intensità

$$i = -\frac{1}{R}\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mu_0\gamma a^6}{4R}\frac{1}{\bar{r}(a+\bar{r})}\frac{\mathrm{d}\bar{r}}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mu_0\gamma a^6 v_r}{4R(a+v_r t)(2a+v_r t)}.$$

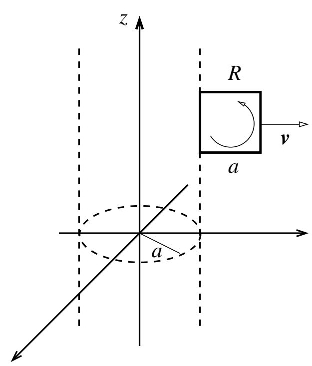

FIG. 1.