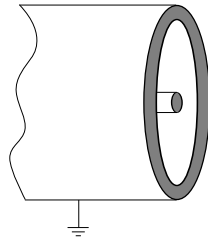


Compito di Fisica Generale II - 16.09.2014
Prof. S. Caprara e A. Crisanti

Es. 1

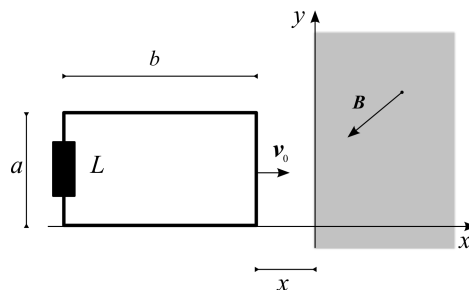


Un filo rettilineo di materiale conduttore, indefinito e di diametro δ , è carico con una densità di carica lineare positiva λ . Il filo è coassiale ad un guscio cilindrico conduttore, anch'esso indefinito e di raggio interno R_1 ed esterno R_2 , collegato a terra, vedi figura.

Si richiede di determinare:

1. Il potenziale elettrostatico $V(\mathbf{r})$ generato dalla distribuzione di carica in tutto lo spazio.
2. Le densità di carica σ_1 e σ_2 indotte rispettivamente sulla superficie interna ed esterna del guscio cilindrico.
3. L'energia elettrostatica \mathcal{U}_E per unità di lunghezza del filo.

Es. 2



Una spira rigida rettangolare, di materiale conduttore di resistenza elettrica trascurabile, giace nel piano xy di un opportuno sistema di riferimento, con i lati a e $b > a$ paralleli rispettivamente all'asse y e x , e si muove nel semipiano $x < 0$ di moto rettilineo uniforme con velocità $\mathbf{v}_0 = (v_0, 0, 0)$ nella direzione positiva delle x mantenendo i lati paralleli agli assi, vedi figura. Nel lato della spira più lontano dall'asse y è inserito un induttore di induttanza L .

All'istante $t = 0$ la spira giunge alla frontiera del semispazio $x > 0$, nel quale è presente un campo di induzione magnetica uniforme $\mathbf{B} = (0, 0, B)$ perpendicolare al piano xy e parallelo all'asse z .

Sapendo che il sistema composto dalla spira e dall'induttore ha massa complessiva m , ed indicando con x la posizione del lato della spira più vicino all'asse y (vedi figura), si chiede:

1. L'equazione differenziale che descrive la variazione della corrente indotta i nella spira quando questa entra nel semipiano $x > 0$.
2. Assumendo b sufficientemente grande, la massima penetrazione x_{\max} della spira nel semipiano $x > 0$, ed il tempo impiegato t_{\max} .
3. Discutere il bilancio energetico tra l'istante $t = 0$ e l'istante t_{\max} .
4. Quale è il moto della spira per $t > t_{\max}$?

• Risposte

1.1

$$V(\mathbf{r}) = \begin{cases} \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln(R_1/\delta) & r < \delta \\ \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln(R_1/r) & \delta \leq r \leq R_1 \\ 0 & r > R_1 \end{cases}$$

1.2

$$\sigma_1 = -\frac{\lambda}{2\pi R_1}, \quad \sigma_2 = 0.$$

1.3

$$\mathcal{U}_E = \frac{\lambda^2}{4\pi\epsilon_0} \ln(R_1/\delta)$$

2.1

$$\frac{d^2i}{dt^2} = -\frac{B^2 a^2}{mL} i$$

2.2

$$x_{\max} = \frac{v_0}{\omega}, \quad t_{\max} = \frac{2\pi}{\omega}, \quad \omega = \frac{Ba}{\sqrt{mL}}$$

2.3

All'istante $t = 0$ la corrente è nulla e la velocità della spira è v_0 , si ha quindi solo energia cinetica. All'istante $t = t_{\max}$ la corrente ha il valore massimo $i_{\max} = v_0 \sqrt{m/L}$ mentre la velocità della spira è nulla, si ha quindi solo energia elettromagnetica.

$$\frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} L i_{\max}^2.$$

non essendovi dissipazione.

2.4

All'istante $t = t_{\max}$ la spira inverte il suo moto ed in un tempo t_{\max} raggiunge la frontiera con il semipiano $x < 0$ con velocità è $\mathbf{v}^* = (-v_0, 0, 0)$ e corrente indotta nulla. Da questo istante la spira si muove nel semipiano $x < 0$ di moto rettilineo uniforme con velocità \mathbf{v}^* .