S. CAPRARA - ESERCIZI DI FISICA GENERALE II - FOGLIO No 4

I. CAMPO MAGNETICO. INDUZIONE ELETTROMAGNETICA. RELATIVITÀ.

ES. 1 Si determini il campo di induzione magnetica $\boldsymbol{B}$ generato dalla corrente di intensità i che scorre uniformemente in una striscia piana indefinita di larghezza $2a$, nel generico punto P del piano che contiene la striscia. Si indichi con r la distanza di P dall'asse della striscia [Figura 1(a)].
ES. 2 Si determini il campo di induzione magnetica $\boldsymbol{B}$ generato dalla corrente i che scorre uniformemente in una striscia piana indefinita di larghezza $2a$, nel generico punto P di una retta perpendicolare al piano su cui giace la striscia e passante per l'asse della striscia. Si indichi con r la distanza di P dall'asse della striscia [Figura 1(b)].

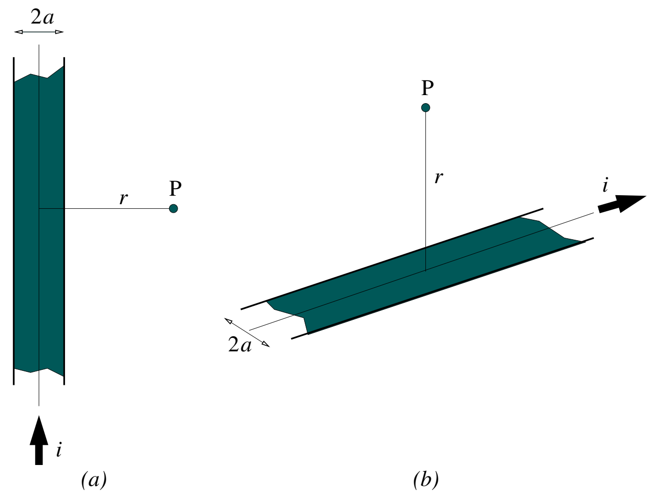

Figura 1.

ES. 3 Si determini il valore asintotico del campo di induzione magnetica $\boldsymbol{B}$ ottenuto nei due esercizi precedenti, per $r \gg a$.
ES. 4 Si determini il campo di induzione magnetica $\boldsymbol{B}$ generato da una spira quadrata di lato ℓ, percorsa da una corrente di intensità i, nel generico punto P della retta perpendicolare al piano su cui giace la spira, passante per il centro della spira. Si indichi con r la distanza di P dal centro della spira.

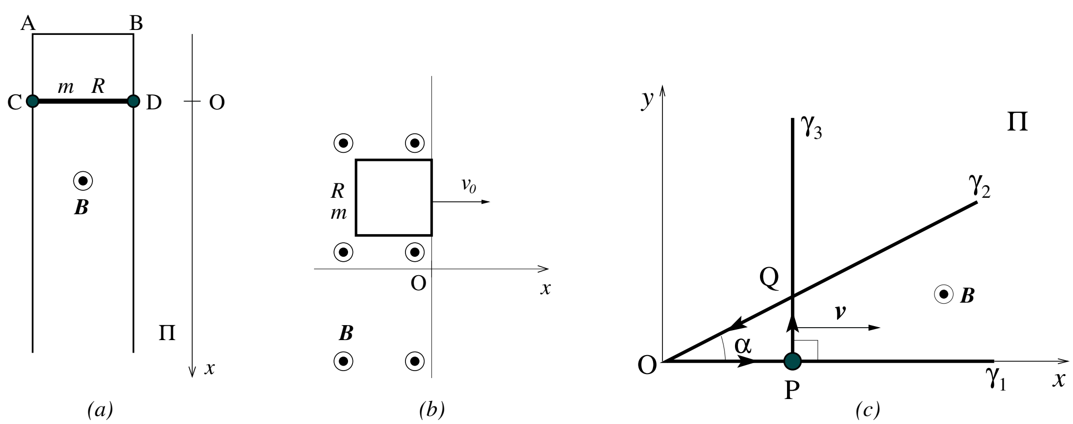

Figura 2.

ES. 5 Una barra conduttrice CD di massa m, resistenza elettrica R e lunghezza ℓ, è libera di scorrere senza attrito lungo due guide verticali parallele, mantenendosi orizzontale. Le due guide, che sono conduttrici, di lunghezza indefinita, e resistenza elettrica trascurabile, sono collegate da un tratto conduttore AB, anch'esso di resistenza elettrica trascurabile [Figura 2(a)]. All'istante $t = 0$ la barra comincia a cadere da ferma sotto l'azione della forza peso. Il sistema è immerso in un campo di induzione magnetica $\boldsymbol{B}$, uniforme e perpendicolare al piano Π che contiene le due guide. Si determinino, in funzione del tempo, la corrente i che scorre nella spira rettangolare ABCD, la velocità $\boldsymbol{v}$ e la legge oraria del moto della barra, riferita all'asse Ox, come indicato in figura [la posizione della barra è individuata dall'ascissa comune di tutti i suoi punti; si assuma che $x(t = 0) = 0$].

ES. 6 Con riferimento all'esercizio precedente, si determinino la velocità asintotica $\boldsymbol{v}_\infty$ della barra e la potenza dissipata per effetto Joule nel regime asintotico. Si confronti questo valore con il lavoro della forza peso per unità di tempo.

ES. 7 Una spira quadrata di lato ℓ, massa m e resistenza elettrica R, si muove nel piano che la contiene con velocità costante, di modulo v_0, diretta nel verso positivo dell'asse x di un opportuno sistema di riferimento, in maniera tale che due lati della spira si mantengono paralleli all'asse x [Figura 2 (b)]. Nel semispazio $x < 0$, in cui si trova inizialmente la spira, è presente un campo di induzione magnetica $\boldsymbol{B}$ uniforme e perpendicolare al piano in cui si muove la spira. All'istante $t = 0$ la spira giunge alla frontiera del semispazio $x < 0$. Si determini il valore minimo di v_0, v_0^{min}, tale da permettere alla spira di fuoriuscire totalmente dalla regione di spazio in cui è presente il campo.

ES. 8 Nel caso considerato nell'esercizio precedente, distinguendo i casi $v_0 \leq v_0^{min}$ e $v_0 > v_0^{min}$, si determinino la velocità della spira e l'intensità e il verso della corrente i che scorre nella spira per $t > 0$. Si determini, nei due casi, l'energia complessivamente dissipata nella spira per effetto Joule.

ES. 9 Una spira circolare di raggio r e resistenza elettrica R ruota attorno al un suo diametro AB con velocità angolare costante ω. La spira è immersa in un campo magnetico di induzione $\boldsymbol{B}$ uniforme, perpendicolare al diametro AB. Dopo aver fissato l'origine dei tempi, si determini la corrente indotta $i(t)$ che circola nella spira.

ES. 10 Una spira conduttrice piana di resistenza R, giacente sul piano xy, è immersa in un campo magnetico di induzione $\boldsymbol{B} = (B_x, B_y, B_z)$, la cui componente z che varia nel tempo secondo la legge $B_z(t) = A\sin(\omega t)/t$, dove A e ω sono opportune costanti dimensionali. Detta S l'area della superficie delimitata dalla spira, si determini la corrente indotta $i(t)$ che circola nella spira.

ES. 11 Una spira circolare di raggio r e resistenza elettrica R ruota attorno al un suo diametro AB con velocità angolare costante ω. La spira è immersa in un campo magnetico di induzione $\boldsymbol{B} = (0, 0, B_z)$ uniforme, perpendicolare al diametro AB. La componente z del campo varia nel tempo secondo la legge $B_z = B_0 \sin(2\omega t)$. L'origine dei tempi è fissata in maniera che al tempo $t = 0$ la normale alla spira forma con il campo un angolo $\alpha = \alpha_0$ e negli istanti immediatamente successivi α cresce. Si determini la corrente indotta $i(t)$ che circola nella spira.

ES. 12 □ Tre aste rettilinee conduttrici γ_1, γ_2 e γ_3, di lunghezza indefinita, sono disposte su un piano Π [si veda la Figura 2(c)]: γ_1 e γ_2, immobili, sono in contatto nell'estremo comune O e formano un angolo α, mentre lestremo P di γ_3 può scorrere lungo γ_1 in maniera tale che γ_3 si mantenga perpendicolare a γ_1 e sia in contatto con γ_2 nel punto Q. Il sistema è immerso in un campo magnetico uniforme di induzione $\boldsymbol{B} = (0, 0, B_z)$ perpendicolare al piano Π. Nel punto O fissata l'origine degli assi di un sistema di riferimento cartesiano ortogonale, con gli assi x e y come mostrato in figura e l'asse z che fuoriesce dal foglio. All'istante $t = 0$ la posizione di P coincide con O e per $t > 0$ l'asta γ_3 comincia a traslare rigidamente con velocità costante $\boldsymbol{v} = (v, 0, 0)$ nel verso positivo dell'asse x. Il verso di riferimento della corrente è fissato come indicato in figura e il versore normale alla superficie delimitata dalle tre aste è orientato secondo la regola della vite. (i) Si calcoli il flusso Φ di $\mathbf{B}$ attraverso la superficie del triangolo OPQ in funzione di t [si individui la posizione di γ_3 tramite lascissa $x(t)$ del punto P]. (ii) Sapendo che le tre aste hanno una resistenza per unità di lunghezza r, si calcoli la corrente i che circola nel triangolo OPQ in funzione di t.

ES. 13 Si determini la velocità relativa v_λ di una barra parallela all'asse x di un opportuno sistema di riferimento cartesiano ortogonale, sapendo che la lunghezza a riposo della barra è ℓ_0 e che la lunghezza della barra misurata da un osservatore immobile che vade la barra muoversi lungo l'asse x vale $\ell = \ell_0/\lambda$, con $\lambda > 1$.

ES. 14 Si consideri un parallelepipedo rettangolo i cui lati misurano, rispettivamente, ℓ_x, ℓ_y e ℓ_z, nel sistema di riferimento in cui il parallelepipedo è in quiete, e sono diretti lungo i tre assi di un sistema di riferimento cartesiano ortogonale Oxyz. Il parallelepipedo si muove lungo l'asse x con velocità v. Si determini il volume del parallelepipedo $\mathcal{V}$ misurato da un osservatore in quiete nell'origine O.

ES. 15 Si determini la velocità relativa v_f di un orologio che batte un secondo ogni f secondi battuti da un orologio in quiete, con $f > 1$.

ES. 16** Si scrivano le trasformazioni di Lorentz tra due sistemi ortogonali R=Oxyz e R$'$=O$x'y'z'$, che hanno gli assi corrispondenti paralleli, sapendo che la velocità relativa di R$'$ rispetto a R è $\boldsymbol{v} = (v_x, v_y, v_z)$.

ES. 17 Si determinino l'impulso $\boldsymbol{P}$ e la hamiltoniana $\mathcal{H}$ di una particella di massa m e carica q immersa nel campo elettromagnetico descritto dal 4-potenziale $A^i = (\frac{1}{c}V, \boldsymbol{A})$.

ES. 18* Si scriva l'equazione del moto relativistica di una particella di massa m e carica q immersa in un campo elettrico costante $\boldsymbol{E}$ e si determinino la legge di variazione della velocità della particella e la legge oraria del moto.

ES. 19** Si scriva l'equazione del moto relativistica di una particella di massa m e carica q immersa in un campo magnetico costante di induzione $\boldsymbol{B}$ e si determinino la legge di variazione della velocità della particella e la legge oraria del moto.

ES. 20** Si scrivano le trasformazioni di Lorentz per un tensore simmetrico A^{ik} e per un tensore antisimmetrico F^{ik}.