

ESERCIZI DI ALGEBRA 2

prof. Valentina Barucci

28 maggio 2016

1. Descrivere la corrispondenza di Galois per il campo di spezzamento di  $X^3 - 2$  su  $\mathbb{Q}$ .
2. Determinare il gruppo di Galois dei seguenti polinomi:  
 $(X^3 - 2)(X^4 + X^3 + X^2 + X + 1)$  su  $\mathbb{Q}$   
 $(X^2 + 1)(X^3 + 2X + 1)$  su  $\mathbb{F}_3$   
 $X^5 - 2$  su  $\mathbb{Q}(\zeta)$ , dove  $\zeta$  è una radice primitiva decima dell'unità.
3. Sia  $f$  un polinomio irriducibile di terzo grado su  $\mathbb{Q}$ . Dimostrare che  $f$  è irriducibile anche su  $\mathbb{Q}(\delta)$ , dove  $\delta = \sqrt{\Delta}$  e  $\Delta$  è il discriminante di  $f$ .
4. Sia  $\zeta_r$  (rispettivamente  $\zeta_s$ ) una radice primitiva  $r$ -esima (rispettivamente  $s$ -esima) dell'unità. Dimostrare che, se  $(r, s) = 1$ , allora  $\mathbb{Q}(\zeta_r, \zeta_s) = \mathbb{Q}(\zeta_{rs})$ .
5. Possiamo dire quanti sono i poligoni regolari con un numero dispari di lati costruibili con riga e compasso?
6. Esprimere con radicali  $\cos(2\pi/10)$ .