

ESERCIZI DI ALGEBRA 2

prof. Valentina Barucci

14 maggio 2016

1. Trovare un'estensione di grado due di \mathbb{Q} contenuta in $\mathbb{Q}(\zeta)$, dove ζ è una radice primitiva nona dell'unità e stabilire se è unica.
2. Descrivere la corrispondenza di Galois per l'estensione ciclotomica $\mathbb{Q}(\zeta)/\mathbb{Q}$, dove ζ è una radice primitiva settima dell'unità.
3. Stabilire se i seguenti polinomi in x, y sono simmetrici e in caso affermativo esprimerli in funzione dei polinomi simmetrici elementari.
$$x^3 + y^3 - 2xy$$
$$x^3 + y^3 - 2x^2y + xy^2$$
4. Stabilire quali sono le possibilità per il gruppo di Galois di un polinomio di terzo grado di $\mathbb{Q}[x]$, esibendo un esempio per ognuna di esse.
5. Senza usare il teorema fondamentale dell'algebra, dimostrare che:
 - a) ogni polinomio di grado dispari di $\mathbb{R}[x]$ ha almeno una radice reale;
 - b) non esistono estensioni di grado due di \mathbb{C} .