

ESERCIZI DI ALGEBRA 2

prof. Valentina Barucci

25 aprile 2016

1. Riconoscere nella seguente lista gli anelli tra loro isomorfi:

$$\mathbb{Q}[\sqrt{-3}] \quad \mathbb{Q}[x]/(x^2 + x + 1) \quad \mathbb{Q}(i\sqrt{3}/2) \quad \mathbb{C} \quad \mathbb{R} \times \mathbb{R}$$

$$\mathbb{R}[x]/(x^2 + x + 1) \quad \mathbb{Q}(-1/2 + i\sqrt{3}/2) \quad \mathbb{R}[x]/(x^2 - (1 + \sqrt{2})x + \sqrt{2})$$

2. Trovare i campi di spezzamento E_1, E_2 di

$$f(x) = (x^{12} - 1)(x^2 - 6x - 1)$$

su \mathbb{Q} e su $\mathbb{Q}(\sqrt{3})$ rispettivamente.

Determinare $[E_1 : \mathbb{Q}]$ (rispettivamente $[E_2 : \mathbb{Q}(\sqrt{3})]$) e scrivere una base di E_1 (rispettivamente E_2) come spazio vettoriale su \mathbb{Q} (rispettivamente su $\mathbb{Q}(\sqrt{3})$).

3. Trovare il campo di spezzamento E di

$$x^3 + x^2 + 2$$

su \mathbb{Z}_5 e determinare $[E : \mathbb{Z}_5]$.

4. Trovare il campo di spezzamento E di

$$(x^3 + x^2 + 2)(x^3 + x + 2)$$

su \mathbb{Z}_5 e determinare $[E : \mathbb{Z}_5]$.

5. Scrivere esplicitamente gli omomorfismi iniettivi di $\mathbb{Q}(\sqrt{2})$ in \mathbb{C} ed estendere ognuno di essi in tutti i modi possibili a un omomorfismo di $\mathbb{Q}(\sqrt{2}, \sqrt[4]{2})$ in \mathbb{C} .