MATEMATICA III a.a. 2014-2015

SCHEDA 4

1) Calcolare la lunghezza della curva r(t)= (t-sent, 1-cost) t$\in [0,1]$

2) Calcolare il seguente integrale curvilineo

$$\int_\gamma x^2 y ds \qquad \text{dove } \gamma \text{ è il sostegno della curva } \left\{(x,y) \in \mathbf{R}^2, x^2+y^2=4, y \geq 0\right\}$$

3) Sia $f(x,y) = x^y - y^2 - x$. Provare che in un intorno del punto (1,0) l'insieme

$\left\{(x,y) \in \mathbf{R}^2\colon\ f(x,y)=0\right\}$ è esplicitabile rispetto ad una delle due variabili. Determinare il comportamento della funzione esplicitata nell'intorno del punto.

4) Sia $f(x,y) = e^{2y^3+y} - x - x^3 - 1$. Provare che l'equazione $f(x,y)=0$ definisce in un intorno del punto $(0,0)$ una funzione $y = g(x)$.Scrivere il polinomio di Taylor di $g(x)$ di punnto iniziale 0.

5) Determinare il rettangolo di area massima tra quelli che hanno perimetro assegnato 2p.

6) Determinare il massimo ed il minimo assoluto della funzione

$$f(x,y) = (x+1)^2 + (y+1)^2$$

nell'insieme D=$\left\{(x,y) \in \mathbf{R}^2, x^2+y^2 \leq 4\right\}$

7) Calcolare il seguente integrale doppio

$$\iint_T (2y+1)\cos(x+y)dxdy \quad T = \left\{ \begin{array}{c} (x,y) \in \mathbf{R}^2, -1 \leq y \leq 1, y^2 \leq, x \leq \\ 1 \end{array} \right\}$$

8) Calcolare il seguente integrale doppio

$$\iint_T x^2(y-x^3)e^{y+x^3}dxdy \qquad T = \left\{(x,y) \in \mathbf{R}^2, x^3 \leq y \leq 3, x \geq 1\right\}$$